Título:	
Influencia de la cadencia en el movimiento del patinador, desde una perspectiva física.	
Autor:	
Laure Sintes Llopis laurea@wanadoo.es	
Sinopsis:	
La influencia de la cadencia, o ritmo de empuje, en el patinaje no es un factor que se haya tomado con frecuencia en consideración. Así por ejemplo en ciclismo, la cadencia es un factor importante que debe ser tenido en cuenta durante la preparación del ciclista. En este artículo intentaremos estudiar la influencia de la cadencia sobre las magnitudes físicas que describen el movimiento del patinador.	
Copyright:	
Sobre el autor:	
	Laureano Sintes lleva once años en el mundo del patinaje en línea. Desde 1995 es corredor y entrenador de patinaje de velocidad del “Club Speed Line SBD”, en España. Además es licenciado en Ciencias Físicas en la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Actualmente trabaja de Analista-Programador Informático.
Permitir Revisiones:	
Sí	
Fecha de Creación:	
08/2002	

INFLUENCIA DE LA CADENCIA EN EL MOVIMIENTO DEL PATINADOR, DESDE UNA PRESPECTIVA FÍSICA.

La influencia de la cadencia, o ritmo de empuje, en el patinaje no es un factor que se haya tomado con frecuencia en consideración. Así por ejemplo en ciclismo, la cadencia es un factor importante que debe ser tenido en cuenta durante la preparación del ciclista. En el argot ciclista el rodaje con cadencias altas se conoce como "rodaje de calidad" en la cual se mantiene un ritmo alto con un desarrollo suave. A todos los amantes del deporte nos resulta familiar la imagen de Lance Armstrong en el Tour de Francia pulverizando a sus contrincantes con una cadencia de piernas elevadísimas.

Las ganancias del trabajo con cadencias altas hace ya años que son consideradas en el ciclismo. Autores como doctor Arnie Baker en [1] detallan la importancia del mismo y sus beneficios en cuanto a una menor sobre carga de las articulaciones, mayor eliminación del lactato de la sangre y mayor mejora cardio-respiratoria.

En el mundo del patinaje de velocidad sobre ruedas el factor de la cadencia empieza a tenerse presente, un reciente artículo de Barry Publow en [2] expone la importancia de que el patinador sea capaz de disponer del mayor rango de cadencias posibles, para poderse adaptar a los cambios en carrera. Este fenómeno no se produce en el patinaje de velocidad sobre hielo donde se trabaja a una cadencia óptima en la que el ritmo cardiaco sea el mínimo para la máxima velocidad.

Como ya hemos visto, los aspectos fisiológicos cada vez se toman más en consideración. En este artículo intentaremos estudiar la influencia de la cadencia sobre las magnitudes físicas que describen el movimiento del patinador. Magnitudes dinámicas como la fuerza y cinemáticas como la aceleración y la velocidad. Para ello estudiaremos la fuerza promedio, y la velocidad. El hecho de trabajar con los promedios nos permitirá ver la influencia de la fuerza resultante generada durante una cadencia completa.

Fuerza promedio.

El promedio de una magnitud respecto al tiempo se expresa mediante la ecuación,

$$< \vec{X} >= \frac{\int_{ti}^{tf} \vec{X} dt}{tf - ti} \quad (1)$$

Si lo aplicamos a la fuerza promedio tenemos la expresión,

$$< \vec{F} >= \frac{\int_{ti}^{tf} \vec{F} dt}{\Delta t} = \frac{\int_{0}^{nT} \vec{F} dt}{nT} = \frac{\int_{0}^{T} \vec{F} dt + \int_{T}^{2T} \vec{F} dt + \ldots + \int_{(n-1)T}^{nT} \vec{F} dt}{nT} = \{1\}$$

Para esta primera parte del desarrollo se ha hecho la consideración de que ti=0 s y tf= nT. Esto quiere decir que consideraremos el movimiento desde tiempo cero hasta un total de n cadencia completas.

En este punto aplicaremos una aproximación. Supongamos que el movimiento del patinador a cada ciclo es idéntico. Es decir a cada ciclo el patinador aplica la misma fuerza en el mismo instante. Así tenemos:

$$\int_{0}^{T} \vec{F} dt = \int_{T}^{2T} \vec{F} dt = \ldots = \int_{(n-1)T}^{nT} \vec{F} dt$$

De modo que,

$$\{1\} = \frac{\int_{0}^{T} \vec{F} dt + \int_{0}^{T} \vec{F} dt + \ldots + \int_{0}^{T} \vec{F} dt}{nT} = \frac{n(\int_{0}^{T} F dt)}{nT} = \frac{\int_{0}^{T} F dt}{T}$$

Si tenemos presente que la inversa de la frecuencia es el periodo nos queda la expresión final,

$$\boxed{< \vec{F} >= \nu \cdot \int_{0}^{T} \vec{F} dt} \quad (2)$$

De la expresión obtenida podemos ver que la fuerza promedio es la integral de la fuerza (área de la fuerza) durante un periodo completo del movimiento multiplicado por la frecuencia (cadencia) del mismo.

A priori esto parece indicar que duplicando la frecuencia de empuje, se duplicaría la fuerza realizada en un ciclo. Por desgracia esto no es cierto ya que al duplicar la frecuencia el periodo se divide por la mitad. Para entender cual es el comportamiento de una función debemos estudiar su limite para una frecuencia tendiendo a infinito.

$$\underset{\nu\to\infty}{Lim} < \vec{F} > = \infty \cdot \int_0^{1/\infty} \vec{F} dt = \infty \cdot \int_0^0 \vec{F} dt = \infty \cdot 0 = ?$$

Para esto debemos suponer que la expresión de la fuerza no tiene singularidades. Esto es que el patinador no puede aplicar fuerzas infinitas (algo evidente) y que la fuerza es continua.

El resultado de este límite es la solución infinito por cero. Para quien haya estudiado límites existen lo que se conocen como indeterminaciones. El caso infinito por cero es una indeterminación. Esto quiere decir que un lado del valor crece mientras el otro decrece de modo que al multiplicarse no podemos saber a priori el resultado. El resultado dependerá de cómo apliquemos la fuerza.

De modo que como conclusión inicial vemos en (2) que existe una dependencia explicita de la cadencia, pero no podemos ver cual será su efecto real sobre la fuerza que ejerce el patinador. Además podemos ver que la expresión (2) ha sido calculada para cualquier fuerza que sea de tipo periódico. Esto quiere decir que tanto da si el patinador utiliza un impulso clásico, un “double push” o uno de ambos combinado con un impulso “Klap” la dependencia será la misma.

Ante la situación de la indeterminación lo único que podemos hacer es proponer unas fuerzas de ejemplo para calcular la integral y observar que es lo que se obtiene.

Fuerza de impulso constante en la dirección del movimiento

En física es muy frecuente al modelizar partir de la solución más simple para posteriormente ir mejorando el modelo para adaptarlo a la realizad. Una fuerza de impulso constante en la dirección del movimiento es el empuje más simple que se puede modelizar. La fuerza tendría un aspecto como el siguiente,

$$\vec{F} = F_0\vec{i} + F_l(t)\vec{j}$$ durante la fase de impulso pie derecho

$$\vec{F} = F_0\vec{i} - F_l(t)\vec{j}$$ durante la fase de impulso pie izquierdo

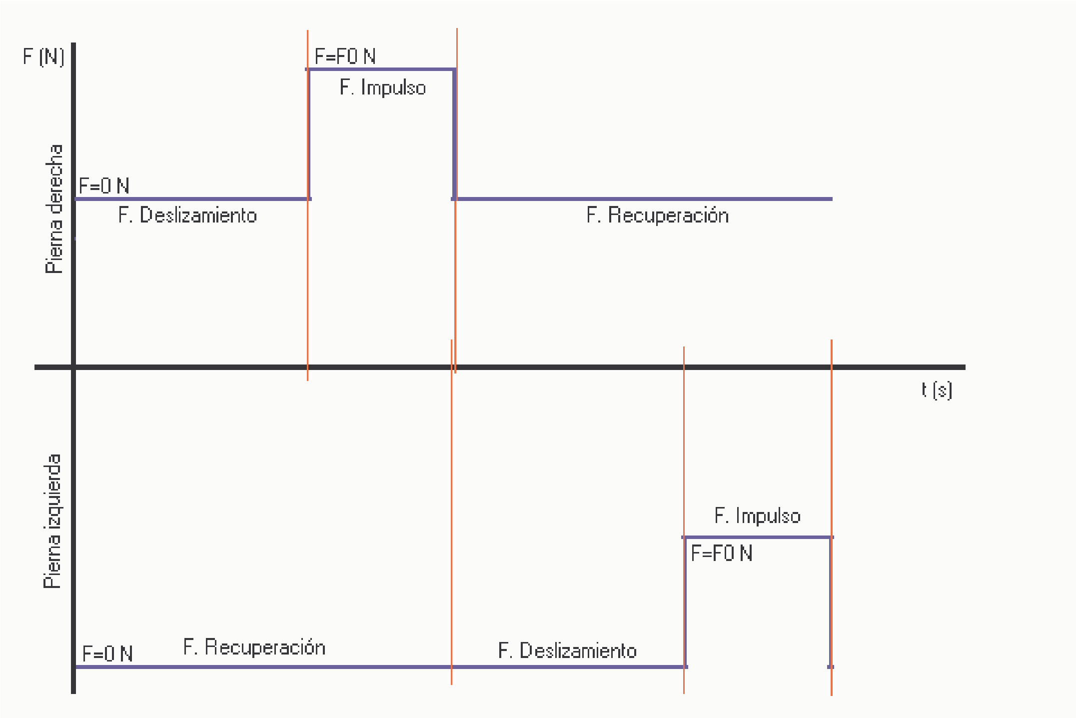
$$\vec{F} = 0\vec{i} + 0\vec{j}$$ durante la fase de deslizamiento y recuperación para cualquier pie.

En la expresión hemos considerado la fuerza en el plano. De las dos componentes (i,j) la componente (i) es en la dirección del movimiento y es constante. La componente (j), perpendicular al movimiento, puede ser cualquiera tal que la expresión para una pierna sea en sentido contrario a la otra. Esto significa que durante la fase de empuje de una pierna se realizará una fuerza lateral que será compensada durante la fase de empuje de la otra. Esto es evidente ya que si se realiza más empuje lateral con una pierna que con la otra la trayectoria dejara de ser recta.

El siguiente gráfico representa la fuerza aplicada en la dirección del movimiento para la técnica clásica. Podemos ver como la fase de recuperación (Tr) tiene la misma duración que la fase de deslizamiento (Td) más la fase de impulso (Ti). Esto se puede afirmar si se considera un movimiento ideal en el que justamente al finalizar el impulso de un pie se inicia el deslizamiento del otro. Por otro lado que el Tr = Td + Ti es necesario si se quiere que el sincronismo entre el ciclo de una pierna coincida regularmente con el de la otra.

$$\begin{aligned} T &= T_d + T_i + T_r \\ T_r &= T_d + T_i \end{aligned} \qquad (3)$$

El lector avanzado se habrá percatado de que en el gráfico no aparece la fase de transferencia en la que pasamos del peso de una pierna a la otra. El tiempo invertido en esta fase esta absorbido entre el final del impulso de un pie y el inicio de deslizamiento del otro. Esto en un caso real se observaría una reducción de la fuerza final aplicada al impulso para permitir la transferencia a la pierna que inicia el deslizamiento.



Durante la fase de recuperación y deslizamiento la fuerza aplicada es cero, aunque se ha preferido no ponerlo sobre el eje de coordenadas para poder ver de forma más clara la forma del impulso y la relación entre las fases.

Veámoslo la fuerza promedio total para este caso,

consideremos la fuerza promedio total como la suma de las fuerzas promedio de cada pierna, esto se puede deducir la expresión (1),

$$<\vec{F}_T>=<\vec{F}_I>+<\vec{F}_D> \quad (4)$$

Calculemos la expresión de la fuerza promedio para cada pierna.

$$<\vec{F}_D>=\nu\cdot\left(\int_0^{Ti} F_0\vec{i}\,dt+\int_0^{Ti} F_l(t)\vec{j}\,dt\right)=\nu F_0 T_i\vec{i}+\nu\int_0^{Ti} F_l(t)\vec{j}\,dt$$

$$<\vec{F}_I>=\nu\cdot\left(\int_0^{Ti} F_0\vec{i}\,dt-\int_0^{Ti} F_l(t)\vec{j}\,dt\right)=\nu F_0 T_i\vec{i}-\nu\int_0^{Ti} F_l(t)\vec{j}\,dt$$

Podemos ver que para un ciclo completo las fuerzas laterales (j) se compensan ya que el empuje o tiempo de impulso (Ti) es el mismo y su expresión también, obteniendo,

$$<\vec{F}_T>=\nu F_0 T_i\vec{i}+\nu F_0 T_i\vec{i}=2\nu F_0 T_i\vec{i}=\{1\}$$

Si tenemos en cuenta que el tiempo de impulso (Ti) no es más que una fracción del tiempo del ciclo o periodo (T),

$$T_i = \alpha \cdot T$$

donde alfa es la constante de proporcionalidad entre el tiempo total y el tiempo de impulso.

$$\{1\} = 2\nu F_0 \alpha T \vec{i} = 2\nu F_0 \, {}^{1}\!/_{\nu} \, \vec{i} = 2\alpha F_0 \vec{i}$$

Por tanto la fuerza total promedio será,

$$\boxed{< \vec{F}_T >= 2\alpha F_0 \vec{i}} \quad (5)$$

Así pues hemos obtenido que, la fuerza promedio total que aplica un patinador durante la fase de impulso, cuando la fuerza aplicada en la dirección del movimiento es constante, no depende de la frecuencia.

Esto significa que aplicando la misma fuerza si aumento la frecuencia, el periodo del ciclo disminuirá de modo que el tiempo de impulso también disminuirá. Es decir, al aumentar la frecuencia, tenemos menos tiempo para impulsar y por tanto no obtenemos beneficio alguno.

Otro resultado sorprendente es el hecho que, la fuerza promedio depende del coeficiente alfa que como ya hemos dicho es el coeficiente de proporción entre el impulso y el tiempo total de ciclo. Esto quiere decir que si tenemos un coeficiente de 0.1 significa que solo el 10% del tiempo total del ciclo de una pierna es dedicado a realizar el impulso. Si aumentamos el coeficiente a 0.2, duplicaremos la fuerza promedio.

Es decir, para obtener la máxima eficiencia de impulso debemos intentar que el tiempo de impulso para cada cadencia sea máximo.

Si tenemos presente la expresión (3) podemos ver que la única manera de aumentar el tiempo de impulso manteniendo el tiempo de ciclo completo constante es reduciendo el tiempo de deslizamiento.

$$\boxed{T_d + T_i = {}^{T}\!/_{2}} \quad (6)$$

De modo que podemos concluir que para una cadencia determinada la mejor forma de extraer el máximo rendimiento a la fuerza aplicada es reduciendo el tiempo de deslizamiento.

Si pensemos en un caso real, nos podemos dar cuenta que cuando un patinador esprinta, aumenta la frecuencia, aumenta la fuerza aplicada, pero tiende a deslizar menos tiempo y se concentra en impulsar. Mientras que, este mismo patinador al realizar un rodaje a frecuencia baja tiene tendencia a deslizar más tiempo.

Así, el "double push" como todos sabemos intenta paliar la perdida de velocidad durante la fase de deslizamiento introduciendo el "pull". Al hacer esto esta convirtiendo tiempo de deslizamiento, en tiempo de impulso. Por tanto, en el "double push" biomecánicamente lo que se hace es mejorar el coeficiente alfa.

Desde un punto de vista físico, se puede utilizar un "impulso clásico" y reducir el tiempo de deslizamiento o un "double push" y convertir el deslizamiento en impulso, el resultado será el mismo.

Como todo buen preparador sabe, la diferencia entre ambas técnicas es fisiológica. El "doble push" permite utilizar, al menos en parte, otros grupos musculares que están menos fatigados. Mientras que en el "impulso clásico" si reducimos el tiempo de deslizamiento aumentaremos más la fatiga. Para solucionar esto debemos bombear más sangre y por tanto aumentar la frecuencia cardiaca.

En cambio a frecuencias elevadas dispondremos de menos tiempo para deslizar o para realizar el "pull", de modo que el "double push" será más difícil de realizar.

De todo lo anterior se deduce que para mantener una velocidad elevada con un frecuencia baja (y ritmo cardiaco bajo) la técnica "double push" puede ser la indicada. Para frecuencias elevadas en cambio puede ser más interesante el "impulso clásico".

En cuanto al movimiento "Klap" el mecanismo es algo distinto ya que lo que se hace es añadir fuerza aplicada durante el final de la fase de impulso. No se altera el tiempo de deslizamiento, por lo que todo lo dicho anteriormente (reducción del tiempo de deslizamiento o "double push") es aplicable. Lo que si se ha de matizar es que al introducir complejidad adicional durante la fase de impulso, hace que el movimiento se vea más afectado por la frecuencia de modo que a frecuencias elevadas cueste más de aplicar.

Esto es algo de sentido común, cuando más complejo sea un movimiento, más tiempo emplearemos para reproducirlo, y más se resentirá nuestra técnica a frecuencias elevadas.

Fuerza de impulso parabólico en la dirección del movimiento

El modelo anterior nos a proporcionado mucha información si bien nos deja ante la incertidumbre de cual es el efecto sobre un modelo de fuerza aplicada más complejo y realista.

Así pues vamos a calcular la fuerza promedio para un modelo en el cual el impulso tiene forma de parábola invertida. La ecuación que representa a la fuerza es la siguiente,

$\vec{F} = (F_0 - t^2)\vec{i} + F_l(t)\vec{j}$ durante la fase de impulso pie derecho

$\vec{F} = (F_0 - t^2)\vec{i} - F_l(t)\vec{j}$ durante la fase de impulso pie izquierdo

$\vec{F} = 0\vec{i} + 0\vec{j}$ durante la fase de deslizamiento y recuperación para cualquier pie.

Hemos tomado el origen de tiempo en el centro del impulso para simplificar la ecuación resultante. Aplicando de nuevo la expresión (4) e integrando obtenemos,

$$\boxed{<\vec{F}_T>= 2\alpha(F_0 - \frac{\alpha^2}{3\nu^2})\vec{i}} \quad (7)$$

De la expresión anterior el dato a resaltar es que si la frecuencia aumenta, el segundo término cada vez tendrá menor peso.

Si hacemos el limite esto se puede constatar fácilmente.

$$\lim_{\nu\to\infty} <\vec{F}_T>= \lim_{\nu\to\infty}\{2\alpha(F_0 - \frac{\alpha^2}{3\nu^2})\vec{i}\} = 2\alpha F_0\vec{i} - 1/\infty = 2\alpha F_0\vec{i} - 0$$

De modo que se puede observar que para este modelo, si bien la dependencia con la frecuencia existe, esta se hará cada vez menos efectiva según sea mayor la frecuencia.

Esto es así, debido a que sea cual sea la forma de la fuerza aplicada en la dirección del movimiento, no existe impulso más eficiente que un pulso rectangular (fuerza constante) ya que cualquier otro modelo tendrá un máximo, F0, a partir del cual la fuerza aplicada será menor y por tanto su influencia sobre la fuerza promedio resultante también será menor.

En términos geométricos el hecho de calcular una integral, que en el fondo no es más que un área respecto al tiempo, hace que el área máxima sea un rectángulo de altura F0 y lado Tiempo de Impulso, F0·Ti. Cualquier otra fuerza, sea cual sea la forma tendrá un área menor y por tanto proporcionará menor fuerza promedio.

Velocidad Adquirida.

Ya hemos extraído bastante información sobre la fuerza promedio, veamos que sucede con la velocidad. En este caso calcularemos el incremento de la velocidad para un intervalo de tiempo de forma similar a como se ha hecho con la fuerza promedio.

Si tenemos presentes todas las fuerzas implicadas en el movimiento tendremos:

$$\vec{F}_a + \vec{F}_{rr} + \vec{F}_{ra} = m\vec{a}$$

donde Fa es la fuerza aplicada, Frr es la fuerza de rozamiento por rodadura y Fra es la fuerza de rozamiento por el aire.

En nuestro caso estudiaremos solo la velocidad producida por la fuerza aplicada. Esto hace que la solución proporcione un incremento de la velocidad continuo. La influencia de las fuerzas de rozamiento sobre un patinador es un problema que se sale del ámbito de este artículo.

$$\boxed{\Delta\vec{v} = \int_{ti}^{tf} \vec{a}dt = \int_0^{nT} \frac{\vec{F}dt}{m} = 1/m \int_0^{nT} \vec{F}dt = \frac{v \cdot \Delta t}{m} \int_0^{T} \vec{F}dt} \quad (8)$$

En esta expresión hemos aplicado las siguientes suposiciones:

- Tomamos n ciclos completos de impulso.
- La m no varia (no se considera la perdida de masa por sudoración) con el tiempo, es constante.
- La fuerza aplicada durante cada instante del ciclo es la misma.
- La velocidad corresponde a la fuerza aplicada. No se tienen en cuenta las fuerzas de rozamiento ya sea de rodadura o con el aire.

Podemos observar como la expresión obtenida es muy similar a la expresión deducida en (2) aparecen dos términos adicionales. El tiempo total transcurrido y la masa.

Cuanto mayor sea el tiempo, mayor será la velocidad. Esto es así ya que no se ha considerado las fuerzas de rozamiento que según aumenta la velocidad compensan la fuerza aplicada.

En cuanto a la masa es un hecho evidente que cuanto más ligero, manteniendo sus capacidades de generar la misma fuerza, más rápido acelerará y más pronto adquirirá la velocidad máxima.

Por lo demás todo el estudio aplicado a la fuerza promedio podría aplicarse a la velocidad adquirida.

Conclusiones

En este artículo se ha estudiado desde un punto de vista físico la influencia de cadencia (frecuencia) sobre la fuerza promedio y la velocidad adquirida por el patinador.

Se ha constatado que si bien existe una dependencia directa con la frecuencia esta se ve compensada por la reducción del periodo. Y que por tanto debe estudiarse cada situación en concreto.

Además se ha comprobado que para un modelo de fuerza simple, "Fuerza constante en la dirección del movimiento" el factor determinante en el rendimiento no es la frecuencia sino la eficiencia en que se aplica el impulso mediante la reducción del tiempo de deslizamiento.

También se ha razonado sobre la influencia de este hecho sobre técnicas tales como el "double push" y/o variaciones como el impulso "Klap".

Además se ha demostrado que, si bien modelos más reales de fuerza aplicada si tienen influencia con la cadencia. Esta dependencia decrece según aumenta la frecuencia hasta comportarse de forma similar a un pulso rectangular. Si bien biomecánicamente no es posible reproducir el impulso rectangular, seria esté el que generaría una fuerza promedio más eficiente.

Para finalizar se ha comprobado que para la velocidad instantánea el comportamiento respecto a la frecuencia es similar al demostrado por la fuerza promedio.

Bibliografía referenciada

[1] "Medicina del Ciclismo", Dr. Arnie Baker.Ed. Paidotribo. ISBN: 84-8019-586-X
[2] "Power vs Cadence, Analyzin Your Strike", Barry Publow. Fitness And Speed Skating Times. Early Summer 2002, Vol 12 Nº3.

El autor

Laureano Sintes lleva once años en el mundo del patinaje en línea. Desde 1995 es corredor y entrenador de patinaje de velocidad del Club Speed Line SBD, en España.

Además es licenciado en Ciencias Físicas y Magíster en Informática en la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Actualmente trabaja de Analista-Programador Informático.