

**Título Traducido:**

Perdida de potencia en ruedas de patines en línea y resistencia de rodadura.

**Sinopsis:**

Este artículo desarrolla el formalismo para el cálculo de la pérdida de potencia debido a la resistencia de rodadura en ruedas de patín en línea. Dicho formalismo nos permitirá observar la influencia de las propiedades características de una rueda; como el diámetro, la dureza, etc, sobre el rendimiento de la rueda (menor pérdida por rodadura).

**Título Original:**

Inline Skate Wheel Power Loss and "Rolling Resistance".

**Autor:**

Peter Baum

[pjbemail@gte.net](mailto:pjbemail@gte.net)

<http://home1.gte.net/pjbemail/Index.htm>

**Copyright:**

El propietario del copyright (Peter Baum) autoriza la traducción y publicación de este documento en las páginas asignadas por el "servicio de documentación". No se autoriza la distribución o venta sobre medios de difusión de pago salvo la expresa autorización del titular del copyright.

**Sobre el autor:**

El Doctor Peter J. Baum se formó en física, matemáticas, e ingeniería y está graduado en la Universidad de California en Santa Bárbara y en la UC Riverside. Ha invertido décadas en el estudio de los procesos de aceleración de la teoría de la aceleración "muy frías" (solenoides superconductores) para los dispositivos de aceleración "muy calientes" (plasma). Estos estudios han sido usados para comprender las altas velocidades solares y la interacción del viento solar con la Tierra.

A finales de los 70 su hija, Mariann, fue lo suficiente mayor para empezar a patinar y ambos patinaron para numerosos equipos de patinaje de velocidad del Sur de California. Aprendió con y junto a corredores como Derek Parra, Jon Elliot, Los Labedas, y muchos otros que han influido en él a la hora de aplicar sus habilidades científicas para el proceso de patinar, dando como resultado muchos artículos técnicos que puedes encontrar en su página web "SpeedSkating Santa Barbara".

Realizó el primer análisis de la pérdida de potencia (Resistencia de rodadura) para ruedas de patines descubriendo algunos de los beneficios de la utilización de ruedas mayores mucho antes de que estas estuvieran disponibles en el mercado.

Se introdujo en mundo del patinaje ya a una edad mayor, por lo que no ha sido campeón nacional, pero ha estado en muchos campeonatos nacionales de los Estados Unidos para observar correr a su hija. Ha sido medallista en los "California State Games" de patinaje tradicional (quad).

De forma similar a la mayoría de patinadores realizó la transición a los veloces patines en línea (desde los quads) a principios de los 90. Más recientemente se ha encaminado hacia los patines de 100mm, y tomado la iniciativa en explorar las posibilidades de los patines de 125mm que ha pronosticado serán muy populares cuando se mejore la fabricación de las ruedas de 125mm.

**Fecha de Obtención:**

15/06/2003

|   |
|---|
| <b>Traductor:</b>   |
| Laure Sintés Llopis<br><a href="mailto:laurea@wanadoo.es">laurea@wanadoo.es</a> |
| <b>Permitir Revisiones en la Traducción:</b>                                    |
| Sí  |
| <b>Fecha de Traducción:</b>   |
| 29/06/2003  |

**Control de Revisiones:**

| Fecha      | Revisión | Observaciones      |
|------------|----------|--------------------|
| 06/07/2003 | 00       | Traducción inicial |
|            |          |                    |

# Perdida de potencia en ruedas de patines en línea y resistencia de rodadura.

Por Peter Baum

|   |   |   |
|---|---|---|
| 1 | Introducción.....   | 3 |
| 2 | Limite superior para la perdida de potencia y modelado de las dependencias de los parámetros..... | 4 |
| 3 | Datos sobre las perdidas por la composición de las ruedas .....                                   | 6 |
| 4 | Estimación de la potencia disipada de la rueda .....  | 7 |
| 5 | Conclusiones.....   | 8 |
| 6 | Referencia a otros documentos .....   | 8 |

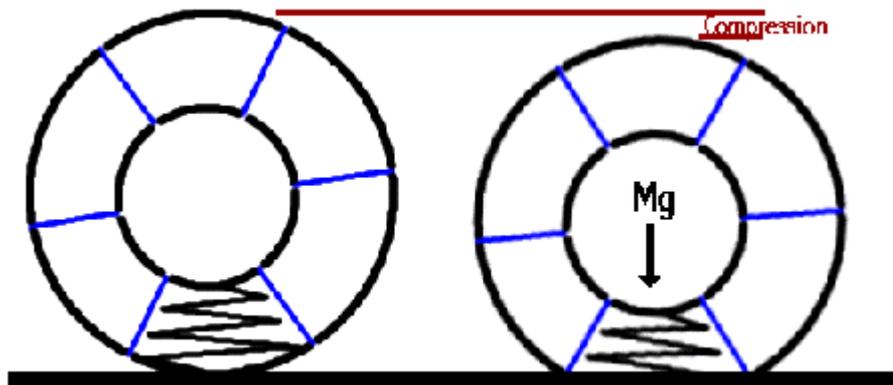
## 1 Introducción

De acuerdo con J.L. Meriam y L.G. Kraige [1] sobre el coeficiente de “Resistencia de Rodadura”, mientras existe una analogía entre el coeficiente de resistencia estática y el dinámico, el de rodadura es una “bestia” completamente distinta. Seria muy difícil describir completamente sin un diagrama de cuerpo libre dado que es función de muchos factores, incluyendo pero no limitando a: Deformación de la superficie y del neumático (cubierta), la presión resultante sobre el área de contacto, las propiedades elásticas y plásticas de los materiales de acoplamiento, los radios de las ruedas, la velocidad de crucero, y la rugosidad de la superficie. Según Meriam y Kraige, “... Depende de muchos factores que son difícilmente cuantificables, así una teoría comprensible de la resistencia de rodadura no es posible.

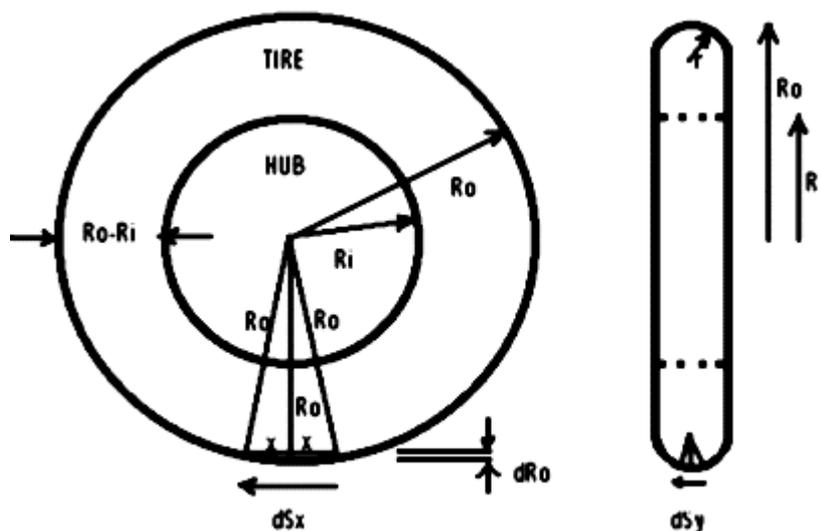
Siendo precavido, yo no he intentado producir una teoría comprensible. En lugar de esto, este es un modelo simplificado que trata las ruedas de los patines como una serie radial de muelles lineales. Los muelles son de plástico y sus constantes de elasticidad son definibles en términos de módulo elástico o modulo de Young (Y) de un componente plástico. Podemos dividir el problema en dos partes: Primero una estimación de la potencia disipada por la compresión y deformación de la rueda bajo la suposición de que todo la energía de deformación es rápidamente convertida en calor. Tomando esta estimación de la máxima pérdida de potencia se intentará ver que porción de esta potencia es realmente retornada a la rueda como “no deformación”, además de la disipada. A pesar de lo ingenuo del modelo se obtienen un interesante número de propiedades que puede ser estudiadas.

## 2 Limite superior para la perdida de potencia y modelado de las dependencias de los parámetros

La imagen inferior ilustra los conceptos básicos. El neumático (cubierta) de la rueda es considerado como una serie de muelles radiales, separados por líneas azules. El número de muelles usados no necesariamente se corresponde con el número de los mostrados en la imagen. Un muelle es esbozado en el segmento inferior del neumático. La adición de peso ( $Mg$ ) produce una deformación de la figura mostrado a la izquierda.



La siguiente figura muestra con más detalle la geometría de la rueda. Se presupone que tenemos un radio externo  $R_o$  y un radio interno  $R_i$  ( $R_i$  es el radio interno de la cubierta o el radio externo del núcleo (hub), no el radio de los cojinetes). La rueda también es descrita como un radio pequeño,  $r$ , donde  $2r$  es el grosor de la rueda. La deformación de la cubierta ( $dR_o$ ) frontal plana tiene una longitud  $dS_x$  en la dirección de rodadura y una longitud  $dS_y$  en la dirección del eje de la rueda (perpendicular a la dirección de trabajo).



A partir de la geometría la longitud en la dirección de trabajo de la rueda es

$$dS_x \approx 2 \cdot x = 2 \cdot R_o \cdot \left[ \frac{2 \cdot dR_o}{R_o} - \left( \frac{dR_o}{R_o} \right)^2 \right]^{1/2} \approx 2 \cdot [2 \cdot R_o \cdot dR_o]^{1/2}$$

Mientras que la longitud en la dirección axial es

$$dS_y \approx 2 \cdot x = 2 * [2 \cdot r \cdot dR_o]^{1/2}$$

Entonces el área estimada de contacto del muelle es

$$area \approx dS_x \cdot dS_y \approx 8 \cdot dR_o \cdot [r \cdot R_o]^{1/2}$$

Después utilizando la fórmula del módulo de Young relativa a la fuerza (Fuerza = m·g/N N = número de ruedas sobre el suelo) y la deformación:

$$dR_o = Force \frac{R_o - R_i}{area \cdot Y}$$

Así usando la fórmula anterior para el área, llegamos a la ecuación final de la deformación:

$$dR_o = \sqrt{m \cdot g \frac{R_o - R_i}{8 \cdot N \cdot Y \cdot \sqrt{r \cdot R_o}}}$$

Finalmente estimamos la potencia máxima de rodadura como

$$Power \approx Force \frac{dR_o \cdot v}{dS_x}$$

donde v es la velocidad lineal del patinador. Para obtener el límite superior de la potencia de rodadura (en vatios si utilizamos unidades MKS – m/kg·seg):

$$P = \frac{(m \cdot g)^{5/4} \cdot v}{2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{8 \cdot N \cdot Y}\right)^{1/4} \cdot \frac{1}{\sqrt{R_o}} \cdot \left(\frac{R_o}{r}\right)^{1/8} \cdot \left(1 - \frac{R_i}{R_o}\right)^{1/4}$$

Todos los demás aspectos permanecen iguales, la potencia necesaria para comprimir elásticamente la rueda durante la rodadura es menor para:

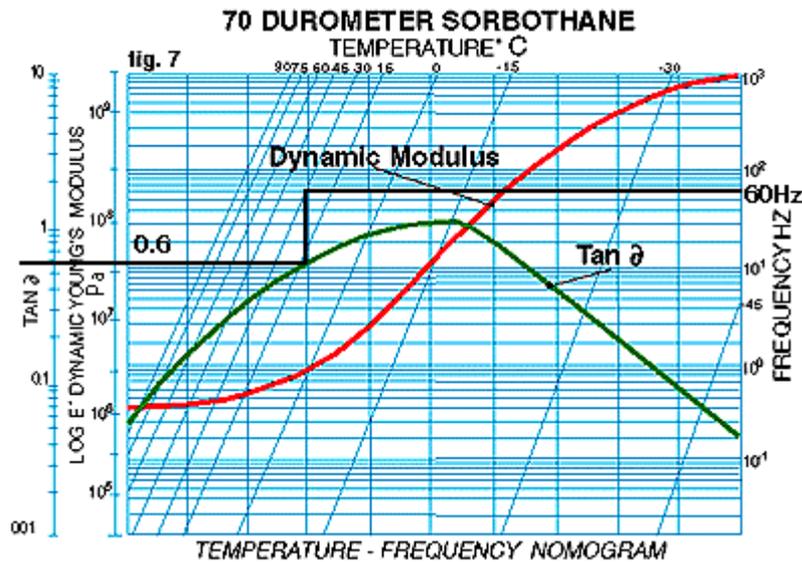
- Menor peso del patinador.
- Menor gravedad – ¿Una misión de patinadores en la Luna?
- Menor velocidad.
- Mayor número de ruedas.
- Mayor modulo de elasticidad (Ruedas más duras).
- Mayor diámetro (radio) de rueda (R<sub>o</sub> mayor).
- Menor cociente R<sub>o</sub>/r (Ruedas más anchas).
- R<sub>i</sub>/R<sub>o</sub> ≈ 1 o mayor diámetro del núcleo (menor grosor de cubierta).

De estos parámetros, uno de los cuales promete para los patinadores, pienso, es el último: Reduciendo el grosor del neumático (cubierta) mediante un incremento del diámetro del núcleo. Me parece que esta es la dirección que se debería tomar sobre el tamaño de los núcleos (core) de las ruedas y que debería ser más importante que la simple innovación en cojinetes. En la sección 4 el grosor de la rueda, r, tomará más importancia de la que parece tener aquí.

Ahora, si las ruedas en realidad alcanzan el límite de potencia disipada es de esperar que estas se calentarán como una bombilla. Esto no es así ya que una fracción de la potencia es disipada mientras que el resto es retornada como un buen muelle elástico. Determinar la propiedades de disipación del material compuesto de las ruedas parece ser un problema de química molecular. Las ruedas de calidad pierden solo una pequeña fracción del límite de potencia disipada calculado. Dicha fracción será estimada en la sección 4.

### 3 Datos sobre las pérdidas por la composición de las ruedas

El modelo de pérdidas a presentar es para el SORBOTHANE (<http://www.sorbothane.com>) que es un compuesto de uretano, desarrollado por su habilidad para convertir vibraciones y deformaciones en calor. Así una estimación basada en sus datos puede ser considerada realista pero muy mala (elevadas pérdidas). El gráfico de abajo es una adaptación del link indicado arriba.



Para una rueda de 80mm de diámetro trabajando a una velocidad tope de 30 mph (15m/s) la frecuencia de rotación está en torno a los 60Hz. Así pues considerando el punto de contacto sobre el que se ejerce la fuerza de la gravedad a una frecuencia aproximada de 60Hz. Consecuentemente la línea negra dibujada a través de la tabla del Sorbothane correspondiente a los 60Hz (eje de la derecha) cerca de la temperatura ambiente (línea oblicua de aproximadamente 16°C, eje superior) da un factor de “Disipación”<sup>1</sup> visco – elástico o ángulo delta ( $\delta$ ) cuya tangente se muestra a la izquierda, de  $\tan(\delta) \approx 0.6$ . El Sorbothane da un aumento del desplazamiento de la fase,  $\delta$ , de 30 grados ( $\arctan(0.6) \approx 30^\circ$ ) entre el estrés y la presión ejercida en el compuesto. Un compuesto con menores pérdidas no tendría fase de desplazamiento y por ello  $\tan(\delta) = 0.0$ . Esta fase de desplazamiento será utilizada en la sección 4 para una estimación simple de la potencia de rodadura perdida debido a la disipación visco – elástico de una rueda fabricada en Sorbothane.

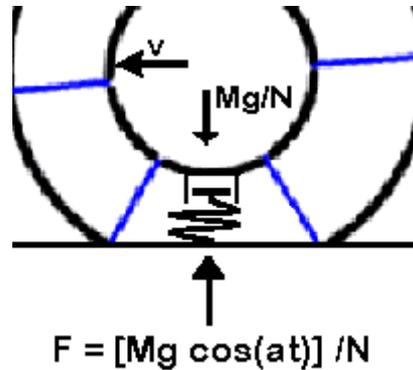
Denotar que el Módulo de Young (trazado en rojo) y las curvas de pérdidas (trazado en verde) con respecto a la temperatura se cruzan a una temperatura por debajo de  $-15^\circ\text{C}$  (eje superior de temperatura). Para temperaturas inferiores a los  $-15^\circ\text{C}$  las pérdidas disminuyen así como el compuesto se vuelve más rígido. No obstante, así como el compuesto es calentado por debajo del punto de intersección, las pérdidas de la rueda se hacen menores así como el compuesto se hace cada vez más blando<sup>2</sup>. La compresión de la rueda o propiedades elásticas dependen de la dureza o Módulo de Young, mientras que las pérdidas dependen de la viscosidad efectiva y son medidas por la fase de desplazamiento ( $\delta$ ) entre el estrés producido y la presión resultante. Podemos afirmar que el compuesto es “visco – elástico” y exhibe elevada elasticidad así como la habilidad de convertir la energía vibracional en calor.

<sup>1</sup> Para el término “Damping” no he encontrado una Traducción lo suficientemente acertada. Por contexto se supone que “Damping” denota “Disipación”.

<sup>2</sup> (Nota del traductor) La idea es que a bajas temperaturas la rueda es rígida y pierde su comportamiento elástico, por lo que disipa menos energía. Cuando se calienta es cada vez más elástica y retorna mejor la energía. Mientras que a temperaturas intermedias presenta un componente plástico (además del elástico) que hace que las pérdidas sean mayores.

## 4 Estimación de la potencia disipada de la rueda

En la siguiente figura un diagrama representa la fricción o disipación añadida al muelle de la rueda. El muelle tiene una constante K que depende de las propiedades elásticas (Modulo Young, Y) del compuesto mientras que las pérdidas dependen de la contaste de disipación o “Damping” (b).



La figura de abajo especifica la ecuación de movimiento para el modelo visco – elástico de rueda inducido por una fuerza gravitatoria oscilante representando la frecuencia con la cual un punto de la rueda golpea el suelo. N es el número de ruedas en el suelo. La solución es dada por la compresión (x) así como por el factor de disipación que es la fracción de la potencia vibracional que es perdido por calor.

$$\frac{d^2}{dt^2}x + 2 \cdot c \cdot \frac{d}{dt}x + w^2 \cdot x = f_0 \cdot \cos(a \cdot t)$$

$$c = \frac{b \cdot N}{2 \cdot M} \quad w^2 = \frac{K \cdot N}{M} \quad f_0 = \frac{g}{N} \quad a = 60 \cdot 2 \cdot \pi$$

$$\tan(\delta) = \frac{2 \cdot c \cdot a}{a^2 - w^2} \approx \frac{2 \cdot c}{a} \quad b = \tan(\delta) \cdot \frac{120 \cdot \pi \cdot M}{N}$$

$$x = \frac{f_0 \cdot \cos(a \cdot t - \delta)}{\sqrt{(a^2 - w^2)^2 + 4 \cdot c^2 \cdot a^2}} \quad DampRatio = \frac{b \cdot dx/dt}{k \cdot dx} = \frac{b}{k \cdot dt}$$

La siguiente figura representa el factor de disipación (Camping) y muestra la compresión (x=dRo) ahora expresado en términos del modelo de la sección 1.

$$Si \ dt = \frac{1}{60} \Rightarrow DampRatio = \frac{\tan(\delta) \cdot (120 \cdot \pi \cdot M) \cdot 60}{N \cdot k}$$

$$Si \ K = \frac{M \cdot g}{N \cdot dRo} \Rightarrow DampRatio = \frac{\tan(\delta) \cdot (120 \cdot \pi \cdot M) \cdot 60 \cdot dRo}{g}$$

$$donde, \ dRo = \sqrt{\frac{M \cdot g \cdot (Ro - Ri)}{8 \cdot N \cdot Y \cdot \sqrt{r \cdot Ro}}}$$

La última figura muestra la fórmula final del cociente de disipación (Damping) y la potencia total perdida para las N ruedas del patín. Para parámetros típicos y usando el factor de perdidas  $\tan(\delta)=0.6$ , la potencia perdida de una rueda Sorbothane de durómetro 70 es de cerca de 60 Vatios (watts). Presumiblemente un compuesto de uretano hueco tendría menor disipación (damping) y menor perdida de potencia.

$$DampRatio = \tan(\delta) \cdot 7200 \cdot x \cdot \sqrt{\frac{M \cdot (1 - Ri/Ro)}{8 \cdot N \cdot Y \cdot g \cdot \sqrt{r/Ro}}}$$

$$DampedPower = \frac{\tan(\delta) \cdot 3600 \cdot x \cdot M^{7/4} \cdot g^{3/2} \cdot v}{\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{8 \cdot N \cdot Y}\right)^{3/4} \cdot \left(\frac{1}{Ro}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{Ro}{r}\right)^{5/8} \cdot \left(1 - \frac{Ri}{Ro}\right)^{3/4}$$

## 5 Conclusiones

Se ha desarrollado un formalismo para estimar las pérdidas de potencia en ruedas de patín en línea y ha sido aplicado para el caso de un compuesto con grandes pérdidas, uretano relleno (Sorbothone). Continuo buscando modelos de pérdidas para mejores compuestos.

Algunos puntos interesantes de los parámetros del modelo de potencia son:

- La dureza de la rueda es inversamente proporcional a las pérdidas (Las pérdidas del Sorbothane se incrementa con el aumento de la dureza para bajas temperaturas ambientales<sup>3</sup>. Las pérdidas disminuyen con la disminución de la dureza al aumentar las temperaturas.
- Para un patinador con solo la mitad de las ruedas en contacto con el suelo (5 de las 10, por ejemplo) la pérdidas de potencia de las ruedas se incrementa por  $2^{0.75}$  o un 68%. (El doble empuje o los patines klap deberían ayudar aquí, pero la ganancia de potencia es probablemente de solo 10 o 20 vatios).
- Ruedas más anchas ayudan a reducir la disipación. Incrementan el cociente ( $r/Ro$ ).
- Ruedas de mayor diámetro también ayudan. Incrementan  $Ro$ .
- Una cubierta más estrecha (radios mayores) reducirá la disipación. Incrementa  $Ri/Ro$ .
- De igual forma, ruedas más duras y mejores (mayor  $Y$ ) contribuirán, pero el factor de disipación "Damping",  $\tan(\delta)$  tiene mucho más importancia que la dureza.
- Es posible que un patín de 6 ruedas con menores ruedas pero más anchas pudiera superar en prestaciones a un patín de 5 ruedas. Como mínimo sobre superficies lisas.
- Pierda peso.

## 6 Referencia a otros documentos

|           |   |
|-----------|---|
| N:        | 1   |
| Título:   | Engineering Mechanics. Vol. 1. Statics (2nd ed).  |
| Autor:    | JL Meriam and Lg. Kraige.   |
| Editorial | Ed. Wiley and Sons. New York 1986   |
| ISBN      |   |
| N:        | 2   |
| Título:   | Bigger Wheel Skates   |
| Autor:    | Peter Baum  |
| Dirección | <a href="http://www.racereports.net/ReportPrint.asp?Race=200">http://www.racereports.net/ReportPrint.asp?Race=200</a>                   |
| Sinopsis: | WEB donde se publican artículos sobre patinaje de velocidad. En concreto este artículo sobre pruebas con ruedas de grandes dimensiones. |

<sup>3</sup> En la versión original existe una pequeña confusión. Afirma que las pérdidas aumentan con las bajas temperaturas, pero esto es cierto solo para temperaturas superiores a los  $-15^{\circ}\text{C}$ . Para temperaturas inferiores a la citada, las pérdidas son menores como ya se comenta en el artículo. Evidentemente veo difícil patinar en línea a temperaturas tan bajas.