

<b>Título:</b>	
Caracterización de las ruedas de patinaje de velocidad	
<b>Autor:</b>	
Laure Sintes Llopis laurea@wanadoo.es	
<b>Sinopsis:</b>	
Este documento es un estudio que vengo realizando desde hace algún tiempo para evaluar la mejora que pueden proporcionar la ruedas de mayor diámetro, y que características deberían tener dichas ruedas para ser eficientes en alta competición.	
<b>Copyright:</b>	
El propietario del copyright de este documento autoriza su distribución electrónica por correo electrónico o su difusión escrita o por página WEB. No se autoriza la modificación o venta salvo autorización del titular del copyright.	
<b>Sobre el autor:</b>	
	Laureano Sintes lleva doce años en el mundo del patinaje en línea. Desde 1995 es corredor y entrenador de patinaje de velocidad del "Club Speed Line SBD", en España. Además es licenciado en Ciencias Físicas en la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Actualmente trabaja de Analista-Programador Informático.
<b>Permitir Revisiones:</b>	
Sí	
<b>Fecha de Creación:</b>	
12/07/2003	

#### Control de Revisiones:

Fecha	Revisión	Observaciones
20/07/2003	00	Borrador inicial, contiene un primer modelo de la resistencia de rodadura. Aun falta estudiar la estabilidad, aceleración, velocidad máxima y resistencia de rodadura en función de la rugosidad del suelo.
22/08/03	01	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Se ha mejorado el cálculo de la resistencia de rodadura sobre superficie lisa. Ahora los valores relativos ya son validos, aunque no los absolutos.</li> <li>- Se ha añadido un modelo para el cálculo de la aceleración promedio sobre superficie rugosa.</li> <li>- Se ha modelizado la respuesta del patín durante una aceleración.</li> <li>- Se ha obtenido la velocidad máxima en función del tipo de configuración.</li> </ul>

# Caracterización de las ruedas de patinaje de velocidad

Por Laureano Sintés Llopis

1	Introducción.....	2
2	Características básicas .....	4
2.1	Momento de Inercia .....	5
3	Configuraciones actuales .....	7
4	Estabilidad .....	9
4.1	Estabilidad durante rodadura.....	9
4.2	Estabilidad durante el empuje parado .....	9
5	Resistencia de rodadura .....	10
5.1	Resistencia de rodadura para una rueda .....	10
5.2	Resistencia de rodadura para un patinador.....	12
5.3	Determinación de $d$ .....	14
5.4	Resistencia de rodadura en función de la superficie .....	18
5.4.1	Desaceleración por colisión.....	19
5.4.2	Desaceleración promedio por colisión .....	21
6	Aceleración.....	23
7	Velocidad Máxima .....	25
8	Conclusiones.....	28
8.1	Resistencia de rodadura del patinador.....	28
8.2	Resistencia de rodadura con colisiones .....	29
8.3	Aceleración .....	29
8.4	Velocidad Máxima.....	30
8.5	Conclusiones Finales.....	30
9	Referencia a otros documentos .....	31

## 1 Introducción

Este documento es un estudio que vengo realizando desde hace algún tiempo para evaluar la mejora que pueden proporcionar las ruedas de mayor diámetro, y que características deberían tener dichas ruedas para ser eficientes en alta competición.

Se ha de tener presente que la evaluación de las propiedades físicas (y químicas) de una rueda, no son suficientes para conocer si dicha rueda es competitiva. Para que una rueda sea competitiva debe estudiarse la influencia de la rueda, en función del tipo de configuración (planchas de 4 o 5 ruedas, peso del conjunto patín) y de los beneficios globales sobre el patinador. Así por ejemplo una rueda de más diámetro puede tener una rotación muy superior de forma aislada (menor desaceleración), pero dentro del patín – patinador, puede quedar minimizado y no apreciar sus ventajas dentro de la pista.

Dada la complejidad del estudio (por el volumen de trabajo que conlleva), pese a buscar los modelos más simples que lo describen y la imposibilidad de presentar el trabajo como un bloque he optado por proporcionar solo una parte y en un futuro irlo ampliando.

Así pues, se estudiarán los siguientes apartados:

- Características básica: Propiedades básicas que describen las ruedas, como pesos, diámetros, etc. Se proporcionará una tabla comparativa.
- Configuraciones Actuales: Se muestran algunas configuraciones que actualmente están en el mercado. Esto permitirá calcular pesos del conjunto y hacer una primera valoración.
- Estabilidad (**PENDIENTE**): Cuanto mayor es la rueda, más alto está el patín respecto al suelo. Intentaremos ver como afecta la estabilidad el diámetro de la rueda.
- Resistencia de rodadura: Aplicaremos un modelo muy sencillo para calcular la desaceleración de la rueda en función de las características de la rueda y de las configuraciones. También el cálculo del efecto de la rugosidad de la superficie sobre las ruedas en función del diámetro.

- Aceleración: Veremos la influencia de las propiedades de la rueda en la aceleración del patinador en el caso de que la fuerza aplicada no se vea afectada por la configuración.
- Velocidad Máxima: Intentaremos determinar la velocidad máxima en función de la configuración escogida, bajo ciertas condiciones controlables.

## 2 Características básicas

En general el fabricante tan solo proporciona el diámetro de la rueda en milímetros y la dureza con unidades de escala A. El diámetro proporcionará las características geométricas básicas de la ruedas, mientras que la dureza tan solo sirve para tener una orientación de la dureza y adherencia con la que debemos patinar.

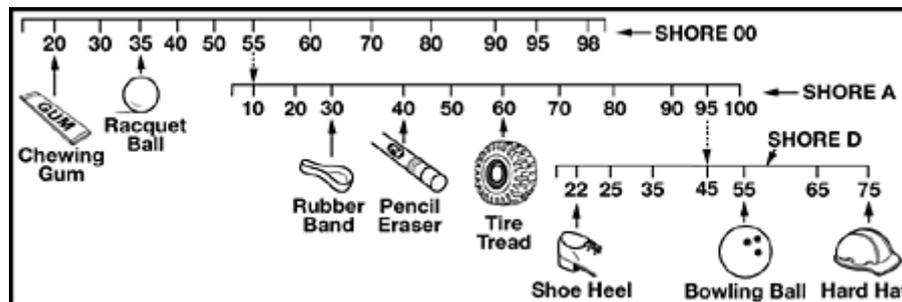
Unas características básicas más interesantes desde un punto de vista físico son:

**Radio de la rueda:** Se trata de la distancia entre el centro de la rueda y la cubierta externa.

**Radio del núcleo:** Es la distancia del centro al radio interno a la cubierta de uretano. El núcleo debe ser de un material muy rígido para transferir mejor el impulso. También debe de ser ligero, ya que no aporta ningún beneficio ni al comportamiento lineal ni al rotatorio de la rueda. Simplemente debe ser un medio de transmisión de la fuerza.

**Grosor de rueda:** El grosor de la rueda influyen indirectamente sobre la resistencia de rodadura. Según aumenta el grosor menor es la deformación vertical por el peso sobre la rueda y mejor rodadura tendrá. El grosor, en general, es un parámetro estándar para todas las ruedas.

**Dureza:** Utiliza como unidad el durómetro, A. Existen diferentes escalas como el "Shore A" que es la que se utiliza en patinaje, una escala que va de 0 a 100 y que permite medir la dureza o resistencia de la superficie del material y su resistencia a la abrasión. Un dato curioso es que ha veces se encuentran ruedas, sobre todo para la modalidad de agresivo, con durezas superiores a 100, por ejemplo 101, esto significa que simplemente se sale de la escala A, "shore A" para pasar a la escala D, "Shore D". Por ejemplo, 101A equivale a 52D.



Desde un punto de vista físico se utiliza el módulo de Young (Y) que da la deformación de un material al aplicar una fuerza sobre el (se contrae en la dirección aplicada de la fuerza de compresión, y se expande radialmente a la dirección de la fuerza). El aparato para medir el durómetro, tiene una aguja de una determinada superficie que penetra en el material. La fuerza ejercida para deformar el material se pasa a una escala y este es el valor medido. Existe una correspondencia entre el módulo de Young y el durómetro medido, pero no he podido hallar dicha información.

De todos modos se utilizarán métodos indirectos para medir la dureza, o el efecto producido sobre la rueda.

**Masa:** No se proporciona normalmente, pero es un valor básico para conocer toda la mecánica asociada al movimiento del patinador. Últimamente se le empieza a dar la importancia que se merece dado que con los diámetros cada vez mayores el peso también aumenta, y este se vuelve un factor cada vez más crítico en el rendimiento final del patinador.

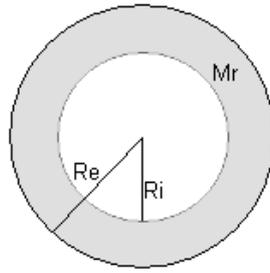


Diagrama del modelo de rueda utilizado

La siguiente tabla muestra las características básicas para algunas ruedas del mercado que utilizaremos para hacer los cálculos.

Tabla de características básicas.

Modelo	Diámetro (mm)	Diámetro Núcleo (mm)	Grosor Rueda (mm)	Dureza (A)	Peso (gr)
Hyperformance + G 80mm	80	44	24	84	86
Hyperformance + G 84mm	84	44	24 (3)	84	98
Hyper Bank Rubber	84	48 (1)	24 (3)	84	90 (2)
Xennan 100mm	100	70 (1)	24 (3)	85	100
Belotti Sento	100	80 (1)	24 (3)	82	86

- (1) Diámetro estimado a partir de fotografías, con un error aproximado del 5%.
- (2) La información que se dispone indica que es un 8% más ligera que las ruedas de 84mm, se ha aplicado este porcentaje. Por tanto se trata de un valor calculado indirectamente.
- (3) El grosor de la rueda es una medida estándar para la mayoría de patines en línea.

Algunos comentarios:

- El modelo Bank Rubber de Hyper es un nuevo modelo que se ha desarrollado específicamente para ruedas de 84mm. En los primeros modelos de 84mm tan solo se aumentaba el diámetro de la rueda manteniendo el núcleo antiguo utilizado en las ruedas de 80mm. El resultado es una rueda muy pesada como se puede ver para la Hyperformance + G 84mm. Podemos decir que el modelo Bank Rubber es un modelo de segunda generación, en tanto que adapta el tamaño del núcleo al nuevo diámetro de la cubierta de uretano.
- Algo similar sucede con el modelo Sento de Belotti. Se puede ver claramente que se trata de una mejora respecto al modelo Xennan, ya que para el mismo diámetro, se ha reducido muchísimo el peso, aumentando de forma importante el tamaño del núcleo.

## 2.1 Momento de Inercia

Así como la masa a priori nos proporciona la dependencia entre la fuerza aplicada y la aceleración adquirida (2º ley de Newton),

$$F = m \cdot a \quad [1]$$

De igual forma en el movimiento rotacional tenemos que (La presente expresión es aplicable a la rotación sobre un eje fijo),

$$T = I \cdot \alpha \quad [2]$$

donde T es el momento de torsión (o fuerza de torsión), I es el momento de Inercia y  $\alpha$  es la aceleración angular.

A diferencia de la masa, el Momento de Inercia depende de la geometría de sólido rígido. De forma que se ha buscado la expresión del momento de inercia para la el sólido cuya forma sea los más parecido a una rueda. En nuestro caso un cilindro hueco, donde el radio externo es el radio de la rueda ( $r_e$ ), y el radio del hueco es el radio del núcleo ( $r_i$ ).

$$I = \frac{1}{2} m \cdot (r_i^2 + r_e^2) [3]$$

Nota: El los cálculos que próximamente desarrollaremos veremos que el momento de inercia exacto no es un factor determinante sobre la respuesta global del patín (aunque sí, si se estudia sobre una rueda de forma aislada).

Como hemos realizado anteriormente veamos los Momentos de Inercia (MI) para las ruedas de muestra escogidas.

Tabla de Momentos de Inercia

Modelo	Peso		M. de Inercia	
	gr	%	Kg·m <sup>2</sup>	%
Hyperformance + G 80mm	86	0	0.90x10 <sup>-4</sup>	0
Hyperformance + G 84mm	98	5	1.10x10 <sup>-4</sup>	22.2
Hyper Bank Rubber 84mm	90	5	1.05x10 <sup>-4</sup>	16.7
Xennan 100mm	100	25	1.86x10 <sup>-4</sup>	106.7
Belotti Sento 100mm	86	25	1.76x10 <sup>-4</sup>	95.5

Podemos observar que el aumento del MI para las ruedas de 84mm es del orden del 15 - 20%, mientras que para las ruedas de 100m es de nada menos que del orden del 95 - 105%. Esto es debido a que el radio afecta de forma cuadrática, mientras que la masa de forma lineal.

En el caso de la rueda Belotti, pese a tener un menor peso, el hecho de tener la masa más concentrada en el extrarradio hace que el MI sea igualmente importante. Este hecho no nos debe confundir. Que el MI sea importante significa que afectará más a los efectos rotacionales, pero no a los lineales. Así la rueda Xennan es más pesada y esta afectará más negativamente a la frecuencia de zancada (desplazamiento línea), mientras que las ruedas Belotti permitirá cadencias más altas.

### 3 Configuraciones actuales

Recientemente han aparecido numerosas configuraciones para el montaje de las planchas de velocidad, desde la 5x80mm estándar, a la más nueva de 4x100m. Para poder modelizar correctamente el comportamiento de las ruedas, debemos tener en cuenta la configuración de la plancha y el peso completo del patín, de forma que podamos diferenciar en una situación más real cual es el comportamiento a predecir. Así pues consideraremos las siguientes configuraciones:

Configuraciones de referencia.

Configuración	Modelo	Plancha	Bota	Cojinetes + Separador
5x80mm	Hyperformance + G 80mm	12.8p – Bont, Sniper 200gr/u	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u
4x84mm	Hyperformance + G 84mm	12.8p – Bont, Sniper 200gr/u	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u
4x84mm	Hyper Bank Rubber 84mm	12.8p – Bont, Sniper 200gr/u	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u
5x84mm	Hyperformance + G 84mm	13.5p – Bont, Sniper 206gr/u	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u
5x84mm	Hyper Bank Rubber 84mm	13.5p – Bont, Sniper 206gr/u	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u
4x100m	Xennan 100mm	13.0p – Xennan 242gr/p	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u
4x100m (2)	Belotti Sento 100mm	12.8p – Belotti Sento 165gr/u	Mogema – MG-XR1, 450gr	Estándar 12 gr/u

- (1) No se ha considerado la configuración 100x80x100x100, ni la 100x84x100x100 ya que el hecho de utilizar diferentes tipos de ruedas obliga a obtener modelos bastante más complejos, y lo que pretendemos es un modelo claro y sencillo.
- (2) Al escribir estas líneas en la WEB de Belotti ha aparecido su nuevo modelo 4x100mm con una plancha de 12.4p a 13.20p, aunque el peso que nuestro aquí es el peso de la plancha 100x80x100x100 de 12.4p.

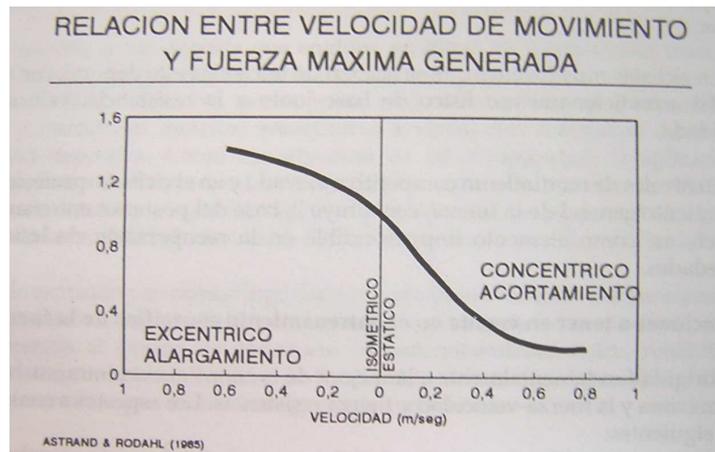
A partir de los datos anteriores podremos obtener el peso de todo el conjunto por patín como mostramos en la siguiente tabla.

Pesos y MI para las configuraciones

Configuración	Modelo	Peso Gr (%)	Momento de Inercia Kgm <sup>2</sup>
5x80mm	Hyperformance + G 80mm	1200	$4.50 \times 10^{-4}$
4x84mm	Hyperformance + G 84mm	1138 (-5.2%)	$4.40 \times 10^{-4}$ (-2.2%)
4x84mm	Hyper Bank Rubber 84mm	1106 (-7.8%)	$4.20 \times 10^{-4}$ (-6.7%)
5x84mm	Hyperformance + G 84mm	1266 (+5.5%)	$5.50 \times 10^{-4}$ (22.2%)
5x84mm	Hyper Bank Rubber 84mm	1226 (+2.2%)	$5.25 \times 10^{-4}$ (16.7%)
4x100m	Xennan 100mm	1188 (-1.0%)	$7.44 \times 10^{-4}$ (65.3%)
4x100m	Belotti Sento 100mm	1055 (-12.1%)	$7.04 \times 10^{-4}$ (56.4%)

En cuanto al peso podemos ver que el efecto es importante ya que el peso de una rueda es del orden del 25% del peso de la bota, y del 50% de peso de la plancha.

Las implicaciones del peso, como ya se verá en un futuro, no afectarán demasiado a la aceleración global, pero sí a la fase de retorno. Cuanto más pesado es un patín, al retornarlo afectará negativamente en dos aspectos; la pierna volverá más cargada en la fase de retorno, ya que no podrá relajarse tanto al tener más peso. Y por otro lado el movimiento será más lento, dado que cuanto mayor es el peso a mover por un músculo más fibras musculares deben activarse y más tiempo se necesita para estimular la contracción muscular [1] como muestra el siguiente diagrama.



De lo anterior, se llega a la conclusión que la configuración 4X obtendrá una mayor cadencia, mayor cuanto más ligeras sean las ruedas. En este sentido, es de destacar la plancha Belotti debido a la ligereza del conjunto.

**Nota:** La cadencia también depende de la longitud de la plancha, pero en este estudio nos centraremos exclusivamente en estudiar el comportamiento debido a las ruedas.

En cuanto al Momento de Inercia (MI), podemos ver que la ganancia del 100% que se obtenía con las ruedas de 100mm de forma aislada, se ha reducido a un 56-65%. Esto es debido a que los efectos de la geometría y peso de las ruedas son más acusado cuando se estudian las ruedas de forma aislada. Al estudiar el conjunto 4x100mm el MI se suaviza debido a que solo utiliza 4 ruedas.

Podemos ver que las configuraciones 5x84mm y 4x100mm tienen un aumento del momento de inercia, mientras que la 4x84mm tiene una disminución. Por lo que la configuración 4x84mm es la que prestará una mayor aceleración y deceleración. De todos modos este es un resultado para todas las ruedas, más adelante se mostrará la aceleración y deceleración para el conjunto patín – patinador y podremos comprobar como el efecto es distinto al aquí obtenido.

De todo lo anterior podemos ver que a priori la configuración 4x84mm es la más ligera – rápida si bien la Belotti es más ligera pero con menos aceleración debido al mayor MI. Como dato negativo, podemos ver que la configuración 5x84mm es la más pesada, con un ligero aumento del momento de inercia. De todos modos esperamos a completar la evaluación para extraer conclusiones.

## 4 Estabilidad

En este apartado estudiaremos la estabilidad de los patines en función de la geometría y propiedades de las ruedas. Se estudiarán dos situaciones. Por un lado la estabilidad de un patín que desliza y en el que las ruedas van girando, estabilidad durante rodadura. Y por otro lado la estabilidad de un patín cuando realiza el empuje con las ruedas paradas (aceleración de posición parada).

### 4.1 Estabilidad durante rodadura

↳ Por modelizar

### 4.2 Estabilidad durante el empuje parado

↳ Por modelizar.

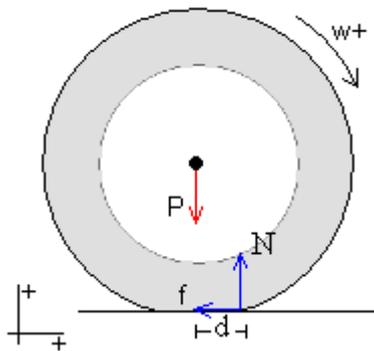
## 5 Resistencia de rodadura

### 5.1 Resistencia de rodadura para una rueda

Cuando un patinador se desliza, sin generar empuje, una serie de fuerzas de rozamiento actúan sobre el mismo haciendo que progresivamente vaya perdiendo velocidad. Estas fuerzas de rozamiento son debidas a la resistencia con el aire, a la resistencia de rodadura de los cojinetes y a la resistencia de rodadura de las ruedas.

De estas, la fuerza de rozamiento que esta directamente relacionada con la geometría (tamaño) de las ruedas es la resistencia de rodadura. Trabajos para modelizar la resistencia de rodadura para ruedas de patines hay muy pocos, en concreto el trabajo de P.Baum [1]. Si bien este trabajo se puede considerar una maravilla en cuanto al desarrollo plantea el problema de la elevada complejidad del mismo y de la obtención de los parámetros desde donde calcular la potencia disipada.

Por mi parte prefiero utilizar un modelo más sencillo (y aproximado) que me permita modelizar de forma intuitiva el comportamiento de la rueda y que dada su simplicidad pueda posteriormente aplicarse a todo el conjunto del patín. De este modo, obtendremos el efecto del diámetro y peso de la rueda sobre el comportamiento global del patín en función de las diferentes configuraciones. Así pues, he optado por utilizar un modelo general propuesto en [3].



El siguiente diagrama describe la dinámica de la situación. Tenemos una rueda girando a una velocidad angular  $W$  (indicando la flecha el sentido positivo) y que se traslada a una velocidad lineal  $v$  respecto al centro de la rueda, la rueda debido al peso experimenta una deformación.

Esta deformación provoca una fuerza de reacción en dirección hacia el centro de la rueda que puede ser descompuesta en dos fuerzas la fuerza normal vertical  $N$  y la horizontal en sentido contrario al movimiento,  $f$ .

Indicar que  $d$  es la distancia a la que está aplicada la normal vertical y es un parámetro debido a la deformación de la goma y por tanto a las propiedades mecánicas del neumático (composición química, modulo de Young, durometro, etc). El peso que recibe la rueda encima,  $P$ , en este caso es solo el peso de la rueda.

Si escribimos las ecuaciones de la dinámica del movimiento lineal tenemos:

$$\begin{aligned} -f &= m \cdot a \\ +N - P &= m \cdot 0 \Rightarrow N = P = m \cdot g \end{aligned} \quad [1]$$

por un lado en el eje horizontal tan solo tenemos la fuerza  $f$  que frena el movimiento de rodadura del cuerpo, mientras que en el eje vertical al llegar a un equilibrio no existe aceleración y  $N$  es igual al peso.

Añadamos ahora el movimiento rotacional de la rueda:

$$\begin{aligned} f \cdot r_e - N \cdot d &= I \cdot \alpha \\ a &= \alpha \cdot r_e \quad [2] \\ I &= \frac{1}{2} m (r_i^2 + r_e^2) \end{aligned}$$

Tenemos que la aceleración angular resultante dependerá de los momento de torsión debidos a la fuerza horizontal y a la fuerza N. Además se ha de añadir la condición de que la rueda no derrapa, sino que rota. (segunda ecuación) de 5.1.2.

Resolviendo el sistema de ecuaciones llegamos a la expresión:

$$\begin{aligned} a &= -\frac{g \cdot d \cdot r_e}{\frac{3}{2} r_e^2 + \frac{1}{2} r_i^2} = -\frac{2 \cdot g \cdot d}{(3 + \eta^2) r_e} \quad [3] \\ \text{donde } \eta &= \frac{r_i}{r_e} \end{aligned}$$

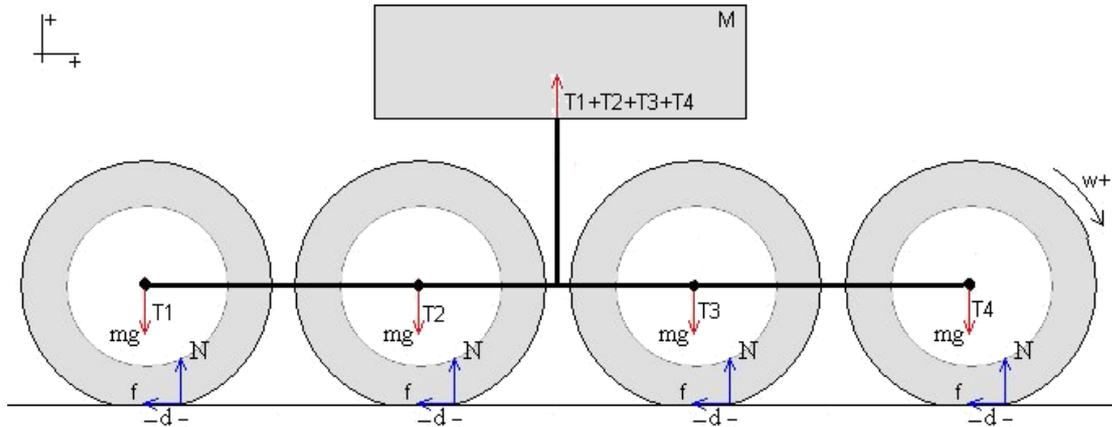
La última expresión permite representar la aceleración debido a la fuerza de resistencia por rodadura. El coeficiente  $\eta$  indica la proporcionalidad entre el radio externo y el radio interno de la rueda.

Los factores esenciales son  $d$  y  $R_e$ . El primero es dependiente del material con el que esta hecho la rueda y sus propiedades elásticas. Cuanto más blanda es una rueda mayor será la desaceleración y mayor será la resistencia de rodadura. El otro factor es el radio de la rueda. Cuanto mayor sea la rueda menor será la resistencia de rodadura.

No aplicaremos la ecuación [5.1.3] a las ruedas de que disponemos dado que el efecto, como ya hemos, es interesante de estudiar a nivel de patín o patinador pero no para una rueda aislada.

## 5.2 Resistencia de rodadura para un patinador

En este caso estudiaremos el efecto del peso del patinador sobre el conjunto de ruedas en contacto sobre el suelo como se muestra en la siguiente figura. En este caso se ha supuesto una configuración de 4 ruedas pero en principio se podrán utilizar para un número de ruedas cualquiera, Num.



También existe una tensión horizontal que no se ha dibujada en el diagrama para no complicarlo más. Al igual que las tensiones verticales estas se transmiten entre ruedas de manera que la rueda uno hace una tensión  $Th_1$  sobre la dos y esta, la rueda 2, hace la misma tensión en sentido contra sobre la rueda 1.

Si escribimos las ecuaciones de la dinámica del movimiento lineal en el eje horizontal tenemos:

$$\begin{aligned}
 -f_1 + Th_{2 \rightarrow 1} &= m_1 \cdot a \\
 -f_2 + Th_{3 \rightarrow 2} - Th_{M \rightarrow 2} + Th_{2 \rightarrow 1} &= m_2 \cdot a \\
 Th_{M \rightarrow 2} &= M \cdot a \\
 -f_3 + Th_{4 \rightarrow 3} - Th_{3 \rightarrow 2} &= m_3 \cdot a \\
 -f_4 - Th_{4 \rightarrow 3} &= m_4 \cdot a
 \end{aligned} \quad [1]$$

Agrupando las ecuaciones y aplicando que la masa de cada rueda es igual.

$$-f_1 - f_2 - f_3 - f_4 - \dots - f_N = (m \cdot N_{ruedas} + M) \cdot a \quad [2]$$

Evidentemente esta ecuación es aplicable para cualquier número de ruedas.  $N_{ruedas}$  es el número de ruedas en contacto con el suelo que permanecen rodando.

De igual manera para el movimiento lineal en la dirección vertical tenemos:

$$\begin{aligned}
 -P_M + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 &= M \cdot 0 \\
 -P_1 - T_1 + N_1 &= m_1 \cdot 0
 \end{aligned} \quad [3]$$

Aplicando que la masa es igual para todas las ruedas (igual peso) y que la tensión se reparte de forma homogénea (Se aplica en un punto simétrico).

$$N = P_m + \frac{P_M}{N_{ruedas}} \quad \text{para } \forall i = 1 \dots N_{ruedas} \quad [4]$$

Donde N es la normal a cada rueda. De esto se deduce que el peso sobre cada rueda es el peso de la rueda (Pm) y el peso del patinador dividido por el número de ruedas en contacto con el suelo.

Si planteamos la ecuación del movimiento rotacional para una rueda cualquiera (dado que el peso aplicada sobre cada una es el mismo) tenemos que,

$$f \cdot r_e - N \cdot d = I \cdot \alpha [5]$$

Podemos ver que como las ruedas son iguales la fuerza de frenado, f, es igual para todas las ruedas de forma que la expresión anterior del movimiento lineal en el eje horizontal [5.2.2] queda.

$$-f = \left( m + \frac{M}{N_{ruedas}} \right) \cdot a [6]$$

Combinando la última ecuación [5.2.6] con la ecuación de la normal [5.2.4] y substituyendo en la ecuación del movimiento rotacional [5.2.5] obtenemos.

$$\left( m + \frac{M}{N_{ruedas}} \right) \cdot a \cdot r_e + \frac{I}{r_e} \cdot a = -d \cdot g \left( m + \frac{M}{N_{ruedas}} \right) [7]$$

Substituyendo el momento de inercial del cilindro hueco [2.1.3], el coeficiente de proporcionalidad entre el radio interno y externo, y reordenando llegamos a la expresión final.

$$a = - \frac{m + M/N_{ruedas}}{3/2 m + 1/2 m \eta^2 + M/N_{ruedas}} \cdot \frac{d \cdot g}{r_e} [8]$$

donde

$$\eta = \frac{r_i}{r_e}$$

Si hacemos M=0, podemos ver como obtenemos la expresión que anteriormente hemos encontrado en [5.1.3] cuando estudiábamos la desaceleración de una sola rueda.

Vamos intentar interpretar la ecuación anterior. Vemos que aparecen la misma dependencia que en el caso de una rueda aislada. Tan solo aparece el cociente de masas debido a que hemos añadido una nueva masa al sistema. Lo curioso es que podemos por lo general aplicar la aproximación siguiente:

$$\frac{M}{N_{ruedas}} \gg m [9]$$

Por ejemplo, supongamos un patinador que tiene un peso de 75kg (peso total sin las ruedas) y que las ruedas pesan como máximo 0.1kg (100 gramos), en el peor de los casos (10 ruedas en contacto) 75/10kg = 7.5kg >> 0.1kg. El hecho es que el peso del patinador siempre será muy superior al peso de las ruedas de forma que podremos aplicar la aproximación antes citada, el resultado final es:

$$a \cong - \frac{d \cdot g}{r_e} \Leftrightarrow \frac{M}{N_{ruedas}} \gg m [10]$$

Así pues tenemos una expresión que nos permite calcular la resistencia de rodadura del patinador, y podemos ver que para la aproximación anterior no dependerá ni de la masa de las ruedas ni de la geometría interna.

Esto es un resultado importante ya que indica que para deslizar tan solo es importante un radio lo más grande posible, siempre que las ruedas sean mucho más ligeras que el peso que ejerce el patinador sobre cada rueda. Pero, se ha de ir con cuidado con el parámetro  $d$ .

### 5.3 Determinación de $d$

Del apartado anterior se ha llegado finalmente a un expresión “simple” que nos permite calcular la resistencia de rodadura en función del radio de la rueda. Pero pese a lo simple que parece a simple vista aparece un parámetro,  $d$ , que es complejo de determinar.

A priori se ha considerado el parámetro,  $d$ , como la distancia a la que se aplicará la reacción del suelo (fuerza normal de la superficie) para disminuir la rotación de la rueda. A partir de dicha definición se nos plantea como determinaremos esta distancia. A diferencia del modelo de P.Baum [2] la ventaja del modelo actual es que permite a priori la obtención de  $d$ , de una manera relativamente simple, aunque algo imprecisa.

Para obtener dicho valor de forma experimental se ha tomado una configuración disponible 5x80, se han bloqueado las ruedas, se ha aplicado tinta de un tampón utilizado para marcar sellos sobre la base de las ruedas y después poniendo el patín sobre un hoja de papel blanco y cargando el peso sobre un pie se ha dejado la huella. La siguiente fotografía muestra el resultado.



Se han realizado dos mediciones ya que no cabían las 5 ruedas y se ha tomado el promedio despreciando los valores que se desviaban demasiado de la media. Se ha obtenido.

Posición de la Rueda	Tamaño Huella Largo (mm)	Tamaño Huella Ancho (mm)
1	17.50±0.5	6.50±0.5
2	15.75±0.5	6.50±0.5
3	16.25±0.5	5.75±0.5
4	17.25±0.5	5.75±0.5
5*	20.25±0.5	7.00±0.5

Podemos ver que pese a intentar hacer la fuerza lo más uniformemente posible la primera y última rueda experimentan una deformación mayor. En todo caso se ha omitido el valor para la 5ª rueda al desviarse demasiado. Haciendo el promedio el tamaño de la huella ha sido de 16.69mm, de donde podemos obtener que  $d$ ,

$$d = 8.34 \pm 0.50 \text{ mm}$$

Substituyendo este valor en la ecuación 5.2.9 obtenemos una desaceleración de,

$$a = -2.04 \text{ m/s}^2$$

Por poco que prestemos un poco de atención nos daremos cuenta que el valor de desaceleración obtenido no es realista, Si consideremos un patinador a una velocidad de 30km/h deslizando sobre un pie, su velocidad en m/s será de unos 8.3m/s. Con la desaceleración obtenido necesitaría solo unos 4 segundos en detenerse o lo que es lo mismo se detendría en unos 20m, algo absurdo.

Así pues, o el valor d no es correcto, o el concepto de d no es correcto. He repetido la prueba varias veces obteniendo resultados similares de forma que no creo que sea un problema de medición, bien es cierto que la medición es poco precisa, en los laboratorios de estudio de materiales se utilizan prensas de precisión que miden la deformación en función de la fuerza aplicada con una precisión milimétrica. Por desgracia no dispongo de estos medios. Creo que el problema real esta en el propio concepto de d. El modelo considera d como la distancia desde donde se aplica la fuerza contraria a la rodadura. Pero porque debe ser la mitad del diámetro de la huella dejada por la rueda.

En primer lugar la deformación es debida al peso sobre las ruedas, esta medición se produce parado. Al girar la rueda una parte de la misma (la frontal) experimenta una contracción que frena el avance, pero al mismo tiempo otra parte del uretano (detrás de la rueda) experimenta una expansión. Para una rueda ideal, la contracción frontal y la expansión de detrás se compensan y la rueda podría girar libremente. El problema es que la rueda no es ideal, durante la compresión y la expansión se libera calor. Esta perdida de energía se apreciará como una tensión desaceleradota ya que hay que hacer más fuerza al comprimir que la devuelta por la rueda al expandirse. El resultado del proceso es una desaceleración que podemos modelizar como:

- Una fuerza aplicada en un punto d que modeliza la desaceleración producida sobre la rueda. Se trataría de un punto ficticio en el cual aplicaríamos una fuerza de magnitud P/N (eq. 5.2.4) para que produjera la desaceleración indicada. Esta distancia d sería muy inferior (unas 10 veces menor) al valor de d obtenido hasta ahora mediante la huella dejada por la rueda.
- Mantenemos la distancia d propuesta en el apartado anterior, ya que es el punto de inicio de compresión. Y consideramos solo la fuerza debida a la diferencia entre la fuerza de compresión y la de expansión.

La segunda propuesta no es aplicable para el modelo actual (eq. 5.2.10), mientras que la primera se puede aplicar al modelo como una corrección empírica ya que lo que intentamos es refinar el concepto de d. En este último caso el problema de fondo es como obtener el valor d.

Pese a todo lo anterior vamos a intentar ver la diferencia entre las distintas configuraciones. Para esto a partir de una medición de "referencia" la 5x80mm, intentaremos extraer todas las propiedades elásticas que posteriormente serán aplicadas a las demás configuraciones, utilizando la misma dureza de rueda.

Así pues, debemos obtener el modulo de Young, Y, que nos caracterizará el material mediante la siguiente expresión, a la cual se ha aplicado la aproximación (5.2.9)

$$Y = \frac{M \cdot g \cdot (r_e - r_i)}{N \cdot \Delta r \cdot S}$$

$$\Delta r = r_e - \sqrt{r_e^2 - d^2} \quad [1]$$

$$S = \pi \cdot a \cdot d$$

Donde M es la masa que ejerce la fuerza sobre las ruedas, (re-ri) es el grosor de goma, N es el número de ruedas en contacto, Δr es la deformación vertical producida y S es el área deformada medida por la huella de goma dejada, que en nuestro caso se puede modelizar bastante aproximadamente por el área de una elipse. Podemos ver como la deformación vertical se ha puesto en función de la deformación dejada por la huella d. Por último se muestra la expresión del área de contacto modelizada como una elipse con semi ejes a y d.

Las expresiones anteriores serán aplicadas a los datos para la configuración 5x80 de la cual disponemos datos, teniendo presente que N=5 (sobre un solo pie), M=78Kg y se trata de una rueda de dureza 85A.

Sustituyendo obtenemos.

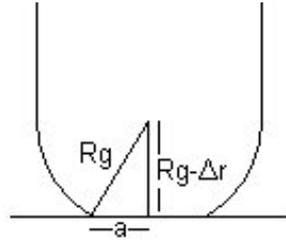
$$S = 80.18mm^2$$

$$\Delta r = 0.88mm$$

$$Y = 3.90 \times 10^7 N/m^2$$

A partir del modulo de Young, el número de ruedas en contacto y de los radios ( $r_e$  y  $r_i$ ), suponiendo que todas las ruedas son de dureza 85A podemos calcular d.

Antes de esto debemos encontrar la relación entre el área de contacto, S, la deformación vertical producida,  $\Delta r$ , y la deformación longitudinal de la rueda, d.



Como ya hemos indicado la superficie de contacto se puede modelizar por el área de una elipse, en esta elipse el semieje mayor es d, lo cual ya nos va bien, mientras que el semieje menor, a, puede modelizarse como se muestra el esquema anterior. Para ello se considera la superficie de la rueda como circular con un radio  $r_g$  (radio grosor). El ancho de la rueda será  $2 \cdot r_g$ . Aplicando Pitágoras tenemos que el semieje menor es,

$$a = \sqrt{r_g^2 - (r_g - \Delta r)^2} = \sqrt{2 \cdot r_g \cdot \Delta r - \Delta r^2} \cong \sqrt{2 \cdot r_g \cdot \Delta r} \Leftrightarrow \Delta r \ll 2 \cdot r_g$$

$$d = \sqrt{r_e^2 - (r_e - \Delta r)^2} = \sqrt{2 \cdot r_e \cdot \Delta r - \Delta r^2} \cong \sqrt{2 \cdot r_e \cdot \Delta r} \Leftrightarrow \Delta r \ll 2 \cdot r_e \quad [2]$$

$$S \cong 2 \cdot \pi \cdot \Delta r \cdot \sqrt{r_e \cdot r_g}$$

En la anterior expresión se ha realizado la aproximación de que el grosor de la rueda es muy superior a la deformación vertical. Si tenemos en cuenta que cargando el peso sobre solo 5 ruedas la deformación vertical es de 0.88m cuando el grosor es de 24mm, esta aproximación es valida para los tipos actuales de ruedas.

De igual forma para el semieje mayor, d, se puede aplicar la misma aproximación ya que  $\Delta r \cong 0.8mm$  y  $2 \cdot R_e = 80$  a 100mm.

$$d = \left[ \frac{2 \cdot M \cdot g \cdot r_e^{3/2} \cdot (r_e - r_i)}{\pi \cdot N \cdot Y \cdot \sqrt{r_g}} \right]^{1/4} \quad [2]$$

A partir de la ecuación anterior podemos calcular la distancia d del semieje mayor y a partir de aquí la desaceleración como se muestra en la siguiente tabla.

Configuración	Y (N/m <sup>2</sup> )	N	Re (mm)	Ri (mm)	d (mm)	a (m/s <sup>2</sup> )	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	3.90x10 <sup>7</sup>	10	40	22	6.36	-1.56	0.0
4x84mm – Hyperformance	3.90x10 <sup>7</sup>	8	42	22	7.04	-1.64	-5.3
4x84mm – Bank Rubber	3.90x10 <sup>7</sup>	8	42	24	6.85	-1.60	-2.6
5x84mm – Hyperformance	3.90x10 <sup>7</sup>	10	42	22	6.66	-1.55	+0.4
5x84mm – Bank Rubber	3.90x10 <sup>7</sup>	10	42	24	6.48	-1.51	+3.0
4x100m – Xennan	3.90x10 <sup>7</sup>	8	50	35	6.99	-1.37	+12.1
4x100m - Belotti	3.90x10 <sup>7</sup>	8	50	40	6.32	-1.24	+20.6

Desde un punto de vista global podemos ver que la configuración 5x84mm con rueda Hyperformance es un 0.4% mejor (que es lo mismo que decir igual). El hecho es que utilizar un diámetro mayor de rueda aumentando el grosor de uretano hace que exista una mayor flexión de la goma. Esto aumenta d de forma que prácticamente no se aprecia beneficio.

En cambio la configuración 5x84 con una rueda adaptada al nuevo diámetro (Bank Rubber) permite un 3% de mejora. Esto demuestra que no basta con aumentar el diámetro, además se debe o mantener o reducir el grosor de uretano.

No puedo por más que sorprenderme de las ruedas Belotti, su diseño es tal que el valor d (semieje mayor de contacto) para la configuración 4x100 es prácticamente igual a la 5x80. De este modo, toda la ganancia en rodadura se consigue gracias al diámetro. A opinión personal (y es una simple suposición) los ingenieros de Belotti han estudiado la dinámica de la rueda con el fin de que globalmente la sección de contacto sea similar a la de una configuración 5x80. De modo que saben lo que hacen.

Aunque, como ya hemos visto antes, los valores de la desaceleración son exageradamente grandes, si el comportamiento relativo entre unas ruedas y otras es proporcionado a los valores obtenidos (caso probable de tratarse de una correlación lineal), los porcentajes relativos entre configuraciones deberían ser aplicables. Esta suposición no está demostrada y solo podrá demostrarse midiendo la huella de otra configuración. En todo caso podemos concluir:

- Que el modelo de resistencia de rodadura es muy impreciso y debe mejorarse. Aunque su comportamiento relativo entre configuraciones es razonable.
- Si los resultados relativos en porcentaje son aplicables (se ha de demostrar experimentalmente) tenemos que:
  - o Las ruedas que presentan un menor grosor de uretano son las que proporcionarán mejores resultados. En 84mm la Bank Rubber es superior a la Hyperformance, y en 100mm la Belotti a la Xennan.
  - o Las configuraciones 4x presentan mayor resistencia de rodadura al concentrar mayor peso sobre cada rueda.

Una consecuencia del hecho anterior es que debe irse con cuidado al afirmar que mayor diámetro significa menor resistencia de rodadura. Esta afirmación será cierta para una misma dureza de rueda (ej. 85A) y para un mismo grosor de uretano (en tal caso si el diámetro aumenta y el grosor se mantiene, significará que el tamaño del núcleo es mayor).

Además si se pretende utilizar configuraciones 4x, siempre se ha de procurar utilizar ruedas más duras para compensar una mayor deformación. El nivel de dureza a escoger no lo sabemos al no disponer de la correlación entre la escala “A” y el módulo de Young, “Y”.

Como conclusión final para esta sección indicar que para que una configuración con una rueda de un determinado diámetro sea competitiva se deberá:

- Escoger la configuración 4x, 5x. En función de la longitud de plancha.
- Escoger el diámetro de rueda.
- Escoger la rueda con menor grosor de uretano.

- Escoger la dureza para la configuración; 4x o 5x.
- Escoger el modelo de rueda en función del peso y del tamaño del núcleo.

En este sentido las ruedas existentes actualmente son en general la misma rueda de 80mm aumentando el diámetro exterior. Esto no es una buena solución. Si se escoge un mayor diámetro de rueda, debe modificarse el diseño (tamaño del núcleo y dureza) para aprovechar efectivamente este aumento de diámetro.

Una puntualización final: Si  $d$  es debido a las pérdidas de potencia entre la compresión y la expansión de la rueda. Una rueda que esté hecha de un material que disipe poca potencia, tendrá una  $d$  equivalente mucho menor y el grosor de uretano no será tan crítico. Si en cambio, todas las ruedas utilizan el mismo uretano (disipan la misma potencia calorífica), los resultados relativos en la tabla anterior serán válidos.

## 5.4 Resistencia de rodadura en función de la superficie

Estimar la resistencia de rodadura en una superficie no regular es un problema difícil ya que deben tenerse en cuenta varios aspectos:

- El tipo de obstáculo: fijo (rugosidad en el asfalto), móvil (piedras sueltas).
- Las características del obstáculo: La altura y grosor.
- El número de obstáculos y su distribución.
- El tipo de colisión contra el patín: Una rueda colisiona, y las demás no. O al colisionar una rueda, colisionarán las demás por seguir la misma trayectoria.

Como podemos ver el número de variables a tener en cuenta es muy alto de forma que primero delimitaremos el problema para permitir tratarlo de una forma aceptable. Consideraremos los siguientes puntos:

- Consideraremos obstáculos fijos: Es decir, estudiaremos el efecto de la rugosidad de la superficie sobre la rueda. No el efecto de piedras sueltas. Esto lo hacemos porque una colisión de este tipo es poco probable de forma que no afectará demasiado a la desaceleración.
- Características del obstáculo: Cada obstáculo es distinto de forma que nosotros consideraremos un tipo de obstáculo promedio. Es decir consideraremos la altura promedio,  $\langle h_o \rangle$ , y el grosor promedio  $\langle \delta \rangle$ . Que para simplificar a partir de ahora denotaremos como,  $h_o$  y  $\delta$ . Así pues si se afirma que la altura de los obstáculos son de 3mm, lo que indico es que en promedio será de 3mm, esto no significa que podamos encontrar un obstáculo de 5mm.
- Número de obstáculos y distribución: Consideraremos que en una trayectoria de una longitud,  $\Delta x$ , podemos encontrar  $N_o$  obstáculos. De forma que la densidad de obstáculos por metro recorrido será:

$$\rho_o = \frac{N_o}{\Delta x} [1]$$

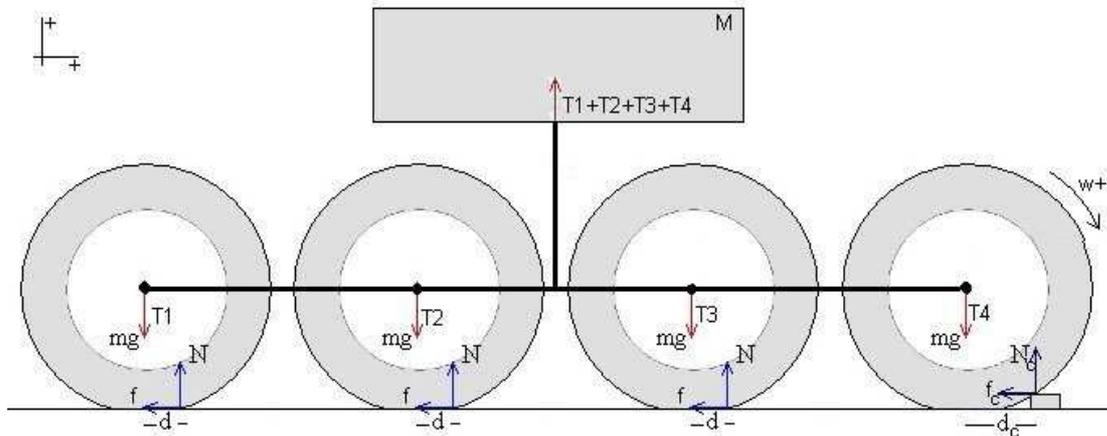
- En cuanto al tipo de colisión: Consideraremos un patinador deslizando sin empujar en línea recta. En tal caso si tenemos  $N$  ruedas en contacto con el suelo, la mitad colisionarán con el mismo obstáculo, por lo que tendremos  $N/2$  colisiones.

Dicho esto, procederemos de la siguiente manera:

- Calcularemos la desaceleración cuando colisionamos contra un obstáculo.
- Tomaremos la ecuación de la desaceleración cuando las ruedas no colisionan contra ningún objeto (visto en el apartado anterior).
- Calcularemos la aceleración promedio entre la desaceleración al colisionar y al no colisionar contra un obstáculo.

### 5.4.1 Desaceleración por colisión

El siguiente diagrama muestra la colisión del patín contra un obstáculo de altura  $h_0$  y grosor  $\delta$ . Se muestra la colisión en la primera rueda, pero esta se producirá tanto en la primera como en todas las demás, debido a que sigue una trayectoria recta.



Podemos ver como ahora la fuerza de rozamiento,  $f_c$ , y la normal,  $N_c$ , ya no son iguales a las otras. Por lo que el desarrollo del apartado anterior en el que se hizo una agrupación solo será válido para las  $N-1$  ruedas en contacto con el suelo.

El desarrollo es el mismo. Por un lado las tensiones horizontales permitirán establecer la relación entre las fuerzas de rozamiento, y la masa total del conjunto.

$$-f_1 - f_2 - f_3 - \dots - f_{N-1} - f_c = (m \cdot N_{ruedas} + M) a_c \quad [2]$$

Dado que las fuerzas de rozamiento son iguales para las demás ruedas (al poseer la misma geometría y estar sometidas a la misma carga), llegamos a la expresión.

$$-f(N_{ruedas} - 1) - f_c = (m \cdot N_{ruedas} + M) a_c \quad [3]$$

En el sentido vertical tenemos que como en el apartado anterior la tensión sobre cada rueda es la misma en tanto que la carga se aplica de igual forma sobre todas ruedas (lo que cambia es la distancia de aplicación de la carga que pasa de ser  $d$  a ser  $d_c$ ).

$$N = N_c = P_m + \frac{P_M}{N_{ruedas}} \quad \text{para } \forall i = 1 \dots N_{ruedas} \quad [4]$$

La diferencia se encuentra en la ecuación del movimiento rotacional de cada rueda, de forma que ahora tenemos dos ecuaciones distintas:

$$\begin{aligned} f \cdot r_e - N \cdot d &= I \cdot \alpha \\ f_c \cdot r_e - N \cdot d_c &= I \cdot \alpha \end{aligned} \quad [5]$$

Debemos pensar que la deformación que experimenta la rueda viene debido al peso bajo el que esta sometido, de allí que  $N$  sea la misma para todas las ruedas. En cambio la fuerza de rozamiento es debida a la reacción contra el obstáculo y por tanto si depende de esta. Por último la distancia en la que se aplica la normal,  $N$ , ahora será modificada ya que el punto de contacto contra el obstáculo se adelanta al tener este una cierta altura. Cuanto mayor sea la altura del obstáculo,  $h_0$ , mayor será la distancia de contacto,  $d_c$ .

A partir de las dos ecuaciones anteriores podemos despejar las fuerzas de rozamiento sustituyendo el valor de la normal y los momentos de inercia llegando a la expresión,

$$f = \left( m + \frac{M}{N_{ruedas}} \right) \cdot \frac{g \cdot d}{r_e} + \frac{1}{2} m (\eta^2 + 1) a_c$$

$$f_c = \left( m + \frac{M}{N_{ruedas}} \right) \cdot \frac{g \cdot d_c}{r_e} + \frac{1}{2} m (\eta^2 + 1) a_c$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación 5.4.1.3 y aislando la aceleración podemos llegar a la expresión:

$$a_c = \frac{m + M/N_{ruedas}}{3/2 m + 1/2 \eta^2 m + M/N_{ruedas}} \cdot \left[ \frac{(N_{ruedas} - 1) \cdot d + d_c}{N_{ruedas}} \right] \cdot \frac{g}{r_e} \quad [6]$$

Podemos ver como la expresión es muy parecida a la 5.2.8. Si la deformación  $d=d_c$  (porque no hay obstáculo), entonces se llega a la expresión antes mencionada.

De igual forma que se hizo en el caso anterior podemos aplicar la aproximación 5.2.9, obteniendo:

$$a_c \cong - \left[ \frac{(N_{ruedas} - 1) \cdot d + d_c}{N_{ruedas}} \right] \cdot \frac{g}{r_e} \Leftrightarrow \frac{M}{N_{ruedas}} \gg m \quad [7]$$

Falta por determinar el valor de  $d_c$ , que en este caso no será debido a la deformación de la rueda, sino al punto en el que entra en contacto con el obstáculo. Para esta caso basta aplicar pitágoras,

$$d_c = \sqrt{r_e^2 - (r_e - h_c)^2} \quad [8]$$

El valor de  $d_c$  por lo general es muy superior al valor  $d$ , vamos a estudiar la desaceleración por colisión en función de la configuración como ya realizamos para la resistencia de rodadura. Consideraremos un situación exagerada con un obstáculo de 5mm.

Configuración	N	Re (mm)	Ri (mm)	d (mm)	$d_c$ (mm)	$a_c$ (m/s <sup>2</sup> )	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	10	40	22	6.36	19.37	-1.88	0.0%
4x84mm – Hyperformance	8	42	22	7.04	19.87	-2.01	-7.4%
4x84mm – Bank Rubber	8	42	24	6.85	19.87	-1.98	-5.4%
5x84mm – Hyperformance	10	42	22	6.66	19.87	-1.86	+0.9%
5x84mm – Bank Rubber	10	42	24	6.48	19.87	-1.83	+2.8%
4x100m – Xennan	8	50	35	6.99	21.79	-1.73	+7.7%
4x100m - Belotti	8	50	40	6.32	21.79	-1.62	+13.9%

Podemos ver que el comportamiento es parecido al de una rueda con rodadura, porque el efecto de este aun afecta a las N-1 ruedas en contacto contra el suelo. La aceleración de colisión aumenta un poco debido a la colisión de la rueda.

El efecto es más acusado con menos ruedas debido a que la parte de desaceleración debido a la rueda que colisiona es más importante que la parte debida a la rodadura (un 90% para una configuración 5x, y un 87.5% en una 4x).

Para poder ver el efecto sobre la desaceleración global durante el deslizamiento del patinador deberemos estimar la colisiones que se producen en el recorrido como mostraremos en el siguiente apartado.

#### 5.4.2 Desaceleración promedio por colisión

Si suponemos un patinador deslizando sobre los dos patines (8 o 10 ruedas en contacto con el suelo) y un patín colisiona sobre un obstáculo, si no se modifica la trayectoria todas las demás ruedas del mismo patín también colisionarán. Así para un recorrido con  $N_o$  obstáculos, podrán existir  $N_o \cdot (N_r/2)$  colisiones, donde  $N_r$  es el número de ruedas en contacto con el suelo.

Para definir el número de colisiones promedio para una distancia recorrida se utilizará la densidad de obstáculos que aparece en la ecuación 5.4.1.

En cuanto a la desaceleración promedio, lo que haremos será promediar en función de la distancia recorrida mediante la siguiente expresión:

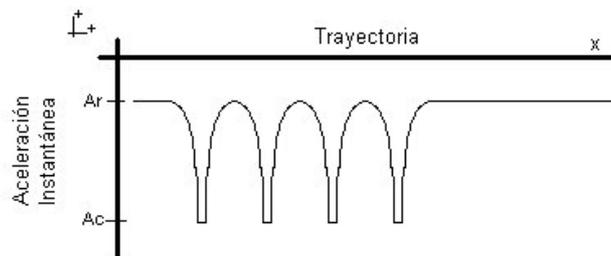
$$\langle a \rangle_{\Delta x} = \frac{\int a \cdot dx}{\Delta x} \quad [1]$$

Así pues lo que debemos hacer es calcular la integrar en función de la distancia. Como la aceleración es una función continua a tramos con discontinuidad de salto, será integrable y por tanto la expresión anterior será aplicable. La aceleración instantánea tendrá la forma;

$$a = \begin{cases} a_c \Leftrightarrow x_c < x < x_c + \delta \quad \forall x_c \\ a_r \Leftrightarrow \text{demás casos} \end{cases} \quad [2]$$

Donde  $a_c$  es la aceleración durante una colisión,  $a_r$  es la de rodadura cuando no existe colisión. Además la aceleración instantánea,  $a$ , será la de colisión cuando la posición de la rueda coincida con un obstáculo,  $x_c$  cualquiera y no supere el grosor de dicho obstáculo,  $\delta$ .

El siguiente diagrama muestra la aceleración instantánea al colisionar un patín con una configuración 4x.



Considerando que la trayectoria tenemos posibilidad de  $N_c$  colisiones y que cada obstáculo tiene el grosor  $\delta$ . Además aplicando que la integral de una función es la suma de integrales para la función por tramos tenemos.

$$\langle a \rangle_{\Delta x} = \frac{N_c \cdot \int_{\forall x_i} a_c \cdot dx + \int_{-\forall x_i} a_r \cdot dx}{\Delta x} = \frac{N_c \cdot a_c \cdot \delta + a_r \cdot (\Delta x - N_c \cdot \delta)}{\Delta x}$$

La expresión anterior resulta evidente ya que la aceleración promedio dependerá del número de colisiones y de la anchura de cada obstáculo. Mientras que el resto del recorrido  $(\Delta x - N_c \delta)$  se aplicará la desaceleración por rodadura. Se ha de mencionar también que  $N_c$  es el número de colisiones, no de obstáculos.

Si miramos la expresión de la densidad de colisión tenemos que,

$$\langle a \rangle_{\Delta x} = \frac{N_{ruedas}}{2} \cdot \rho_o \cdot \delta \cdot a_c + \left(1 - \frac{N_{ruedas}}{2} \cdot \rho_o \cdot \delta\right) \cdot a_r \quad [3]$$

Así pues tenemos que la desaceleración promedio dependerá del grosor del obstáculo, de la densidad de obstáculos por metro recorrido y del número de ruedas que impactan con el obstáculo (la mitad del número de ruedas deslizando).

Aplicemos la ecuación a un caso hipotético. Supongamos unos obstáculos de 5mm de altura y de un grosor de 3mm, distanciados 10mm entre ellos. En 1 metro tendremos unos 75 obstáculos. O sea,

$$\rho_o = 75 \text{ obst} / m$$

$$\delta = 3mm$$

$$h_o = 5mm$$

Aplicando este resultado a las configuraciones anteriores obtendremos una aceleración promedio,

Configuración	N	ar (m/s <sup>2</sup> )	ac (m/s <sup>2</sup> )	<a> (mm)	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	10	-1.56	-1.88	-1.92	0.0%
4x84mm – Hyperformance	8	-1.64	-2.01	-1.98	-3.2%
4x84mm – Bank Rubber	8	-1.60	-1.98	-1.94	-1.2%
5x84mm – Hyperformance	10	-1.55	-1.86	-1.90	+0.9%
5x84mm – Bank Rubber	10	-1.51	-1.83	-1.87	+2.8%
4x100m – Xennan	8	-1.37	-1.73	-1.70	+11.5%
4x100m - Belotti	8	-1.24	-1.62	-1.58	+17.6%

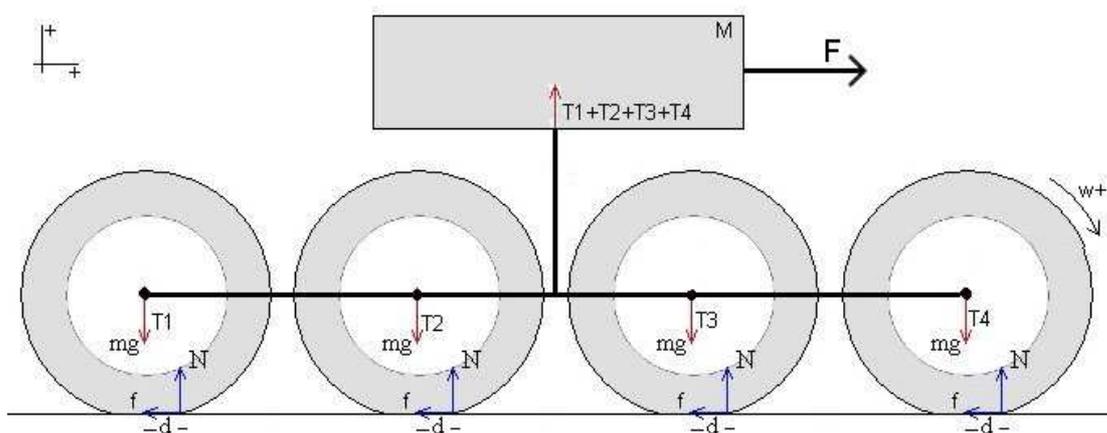
El dato más sorprendente que uno puede apreciar es que la aceleración promedio en las configuraciones 5x, es superior a cualquiera de las aceleraciones presentes, ac y ar. Esto a priori podría parecer una contradicción porque la idea del promedio es que siempre el valor obtenido estará entre el valor mínimo y el máximo. El problema es que aquí no estamos viendo el promedio de una rueda que colisiona. Cuando el patín colisiona, colisionan las 4 o 5 ruedas. Esta desaceleración se acumula. Si calculamos la desaceleración si 5 ruedas de 80mm colisionan simultáneamente contra un obstáculo de 5mm el valor de la desaceleración es de 4.52 m/s<sup>2</sup>. Así pues para una configuración 5x80 el valor de la desaceleración debería estar entre 1.56m/s<sup>2</sup> y 4.52m/s<sup>2</sup> de allí que un valor de 1.92 no es incorrecto.

Para las configuraciones 4x tenemos una rueda menos, lo que representa una colisión menos por cada obstáculo y de allí que los valores sean menores. Esto significa que cuantas menos ruedas menos efecto realizarán los obstáculos sobre nosotros. Se trata de una ventaja de las configuraciones 4x.

Por lo demás, los valores de aceleración en términos absolutos son demasiados grandes, y en términos relativos se corresponden más o menos con la resistencia de rodadura que hemos visto en el apartado anterior. De forma que el comportamiento respecto a la geometría de la rueda es el mismo que el de la resistencia de rodadura (salvo el detalle antes mencionado).

## 6 Aceleración

Una vez ya hemos obtenido la fuerza de rodadura del patín durante el deslizamiento del patinador y su comportamiento respecto a las propiedades de las ruedas, ha llegado el momento de estudiar el efecto de la geometría de dichas ruedas sobre la aceleración del patinador. Para ello debemos al modelo anterior añadir la fuerza aplicada por el patinador en la dirección del movimiento (no tomaremos la dependencia temporal del movimiento), como muestra la siguiente figura.



Aparece además de la fuerza de rozamiento durante la rodadura, la fuerza aplicada,  $F$ , por el patinador afectando a las ecuaciones anteriores de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 -f_1 + Th_{2 \rightarrow 1} &= m_1 \cdot a \\
 -f_2 + Th_{3 \rightarrow 2} - Th_{M \rightarrow 2} + Th_{2 \rightarrow 1} &= m_2 \cdot a \\
 Th_{M \rightarrow 2} + F &= M \cdot a \quad [1] \\
 -f_3 + Th_{4 \rightarrow 3} - Th_{3 \rightarrow 2} &= m_3 \cdot a \\
 -f_4 - Th_{4 \rightarrow 3} &= m_4 \cdot a
 \end{aligned}$$

Agrupando las expresiones llegamos a la ecuación:

$$-f_1 - f_2 - f_3 - f_4 - \dots - f_N + F = (m \cdot N_{ruedas} + M) \cdot a \quad [2]$$

Aplicando las mismas consideraciones que en el apartado 5.2 llegamos a la siguiente expresión.

$$a = \frac{F/N_{ruedas}}{\frac{3}{2}m + \frac{1}{2}m\eta^2 + M/N_{ruedas}} - \frac{m + M/N_{ruedas}}{\frac{3}{2}m + \frac{1}{2}m\eta^2 + M/N_{ruedas}} \cdot \frac{d \cdot g}{r_e} \quad [3]$$

donde  $\eta$  de radio externo de la rueda ( $r_e$ ) y radio del núcleo ( $r_i$ ),

En esta ecuación podemos ver como esta expresión se divide en dos términos el primero es la fuerza aplicada, mientras que el segundo es la fuerza de rozamiento por rodadura.

En segundo término ya ha sido analizado. Si observamos el primero podemos ver como la fuerza aplicada depende de la Masa del patinador, la masa de las ruedas y la geometría de las ruedas. Esto significará que la fuerza aplicada se verá modificada en función del diámetro de rueda. Pero esta efecto será prácticamente inapreciable debido a que en general se cumple la condición,

$$\frac{M}{N_{ruedas}} \gg m \quad [4]$$

Aplicando esta aproximación (realista) y realizando las simplificaciones oportunas llegamos a la expresión,

$$a \cong \frac{F}{M} - \frac{d \cdot g}{r_e} \Leftrightarrow \frac{M}{N_{ruedas}} \gg m \quad [5]$$

De modo que podemos concluir que si la masa de cada rueda es mucho menor que la masa del patinador que cae sobre cada rueda, podemos afirmar que la aceleración será debida a la fuerza aplicada menos la aceleración de rodadura.

La siguiente ecuación es útil para calcular cual es la potencia que debe realizar el patinador para mantener la velocidad. En dicha situación la aceleración será 0. De donde podemos extraer la fuerza aplicada por el patinador del siguiente modo,

$$F \cong M \cdot \frac{d \cdot g}{r_e} \quad [6]$$

Dado que la potencia al aplicar una fuerza en regimient constante no es más que el producto de la fuerza por la velocidad, obtenemos que la potencia que debe realizar el patinador o disipada para la rodadura es,

$$P \cong v \cdot M \cdot \frac{d \cdot g}{r_e} \quad [7]$$

En tal caso, podemos calcular cual será la potencia disipada por un patinador a una velocidad de 30km/h (8.33m/s) en función de la configuración del patín, como muestra la siguiente tabla (reacuérdesse que durante el empuje solo se tiene en cuenta el deslizamiento de un solo patín).

Configuración	N	d (mm)	a (m/s <sup>2</sup> )	P (Watt)	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	5	8.00	-1.96	1276	0.0
4x84mm – Hyperformance	4	8.37	-1.95	1271	+0.4
4x84mm – Bank Rubber	4	8.15	-1.90	1238	+3.0
5x84mm – Hyperformance	5	7.91	-1.85	1202	+5.8
5x84mm – Bank Rubber	5	7.71	-1.80	1170	+8.3
4x100m – Xennan	4	8.32	-1.63	1060	+16.9
4x100m - Belotti	4	7.51	-1.47	958	+24.9

Como en el caso de la resistencia de rodadura son pueden observar dos cosas:

- Por un lado los valores de potencia disipada no son realistas. Las medidas de potencia máxima para ciclistas están en torno a los 600 watts de forma que estos están 2 veces por encima el valor máximo humano.
- Por otro, se aprecia que según aumenta el diámetro se produce una disminución (mejora) de la potencia disipada.

El dato a destacar es que al cargar el peso sobre un patín, ya se obtienen mejoras con la configuración 4x84mm, cuando en la resistencia de rodadura con dos patines no era así. Esto es debido a la geometría de la rueda que hace que la deformación se colapse, al aumentar el grosor de uretano en contacto contra el suelo.

## 7 Velocidad Máxima

La velocidad máxima que puede alcanzar un patinador al aplicar una fuerza determinada depende de la influencia de todas las fuerzas de rozamiento; resistencia de rodadura de las ruedas, resistencia de rodadura de los cojinetes y resistencia del aire.

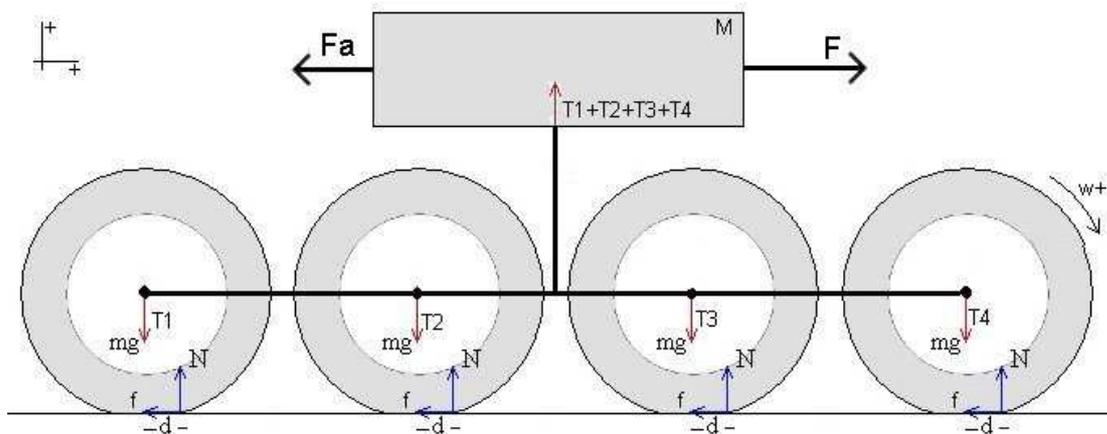
De estas fuerzas de resistencia, las de rodadura en general no dependen de la velocidad, de forma que solo restarán aceleración pero no limitarían la velocidad máxima. La fuerza de rozamiento que realmente limita la velocidad máxima es la resistencia del aire. Así pues para conocer la velocidad máxima debemos tener en cuenta la resistencia del aire.

Para las velocidad que lleva un patinador se puede considerar que este genera turbulencias en el aire que le rodea. Para un régimen de turbulencias existe una ecuación empírica que nos permite modelizar [4] esta fuerza de rozamiento,

$$F_a = -\frac{\rho A \delta}{2} \cdot v^2 [1]$$

Donde  $\rho$  es la densidad del aire (cuanto más denso mayor resistencia),  $A$  es la sección frontal que choca contra el aire,  $\delta$  es el coeficiente de resistencia con el aire y depende de la forma de patinador al tener dicha sección frontal, y  $v$  es la velocidad del aire respecto al patinador.

Ahora debemos aplicar esta fuerza de rozamiento al esquema anterior como se muestra en la figura.



De forma similar a como se ha realizado en los casos anteriores aplicamos la nueva fuerza a la ecuación obteniendo,

$$a = \frac{\frac{F}{N_{ruedas}} - \frac{F_a}{N_{ruedas}}}{\frac{3}{2}m + \frac{1}{2}m\eta^2 + \frac{M}{N_{ruedas}}} - \frac{\frac{m + M}{N_{ruedas}} \cdot d \cdot g}{\frac{3}{2}m + \frac{1}{2}m\eta^2 + \frac{M}{N_{ruedas}}} \cdot \frac{1}{r_e} [2]$$

Vemos que el comportamiento es similar al aplicar la fuerza el patinador, aunque en este caso la aceleración será menor al estar condicionada a la fuerza de rozamiento del aire.

Aplicando la aproximación,

$$\frac{M}{N_{ruedas}} \gg m [3]$$

y a sustituyendo la expresión 7.1 llegamos a la expresión final,

$$a \cong \frac{F}{M} - \frac{\rho \cdot A \cdot \delta \cdot v^2}{2M} - \frac{d \cdot g}{r_e} \Leftrightarrow \frac{M}{N_{ruedas}} \gg m \quad [4]$$

Así pues podemos observar que la aceleración que experimentará un patinador dependerá de la fuerza aplicada, la resistencia del aire y la resistencia de rodadura.

Esta expresión es muy importante en tanto nos permite calcular la velocidad máxima para una fuerza aplicada. Al llegar a la velocidad máxima las fuerzas de rozamiento igualarán a la fuerza aplicada y la aceleración total será nula,  $a=0$ . Por tanto igualando a 0 la anterior ecuación y despejando la velocidad tendremos la velocidad máxima en función de cada configuración.

$$v_{\max} = \sqrt{K \cdot \left( F_{\max} - M \cdot \frac{d \cdot g}{r_e} \right)} \quad [5]$$

$$K = \frac{2}{\rho \cdot A \cdot \delta}$$

El problema que se plantea ante esta ecuación es como calcular la velocidad máxima si no conocemos ni la constante, K, ni la fuerza máxima aplicada. En general se trata de un difícil problema que solo se suele resolver con un túnel de viento, o pruebas sobre cinta rodante.

Con nuestros medios, el único modo de resolver esto es intentar encontrar una situación en la que podamos medir la aceleración máxima sin el efecto de la resistencia del aire. Esto es, calcular la aceleración máxima cuando la velocidad aun sea lo suficientemente baja como para deducir que la fuerza será la fuerza máxima aplicada y no la fuerza aplicada menos el rozamiento del aire.

Así en nuestro caso consideraremos un test de 100m, en el que se ha tomado un valor a los 33m. En este punto la aceleración es máxima y la velocidad aun no esta totalmente condicionada por la resistencia del aire. Quiero matizar que es un resultado puramente orientativo. Después de 33m la velocidad ya es lo suficientemente alta como alterar el resultado, pero es el mejor dato de que dispongo. Además el modo de aplicación de la fuerza una vez lanzado, es distinto del que se ejecuta durante una aceleración y depende de la técnica del patinador.

Hechas las matizaciones estos son los resultados:

	Paso 33m	Paso 66m	Paso 100m
Tiempo (s)	4.82	8.86	12.2
Aceleración (m/s <sup>2</sup> )	2.84	--	--
Fuerza máxima (N)	<b>374.4</b>		

La aceleración se obtenido considerando que la aceleración es constante (dato no del todo cierto). La fuerza se obtiene aplicando la ecuación 6.5 para una configuración 5x80, con un solo patín en contacto contra el suelo, despejando la fuerza como se muestra a continuación.

$$F_{\max} \cong M \left( a + \frac{d \cdot g}{r_e} \right) \quad [6]$$

Una vez disponemos de la fuerza máxima, consideremos la velocidad máxima durante la última vuelta (de 200m) de un 500m. Obteniendo los siguientes resultados<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Son unos resultados mediocres, pero a fines experimentales son perfectamente útiles.

	Paso 300m	Paso 500m	Últimos 200m
Tiempo (s)	33.08	54.42	21.34
Velocidad (m/s)	--	--	<u>9.37</u>

Una vez disponemos de la velocidad máxima y de la fuerza máxima podemos obtener la constante K.

$$K = 0.396 \frac{m^2}{s^2 N}$$

Sustituyendo para las distintas configuraciones obtenemos los siguientes resultados,

Configuración	N	a (m/s <sup>2</sup> )	Vmax (m/s)	Vmax (km/h)	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	5	-1.96	9.37	33,73	0.0
4x84mm – Hyperformance	4	-1.95	9.38	33.77	+0.2
4x84mm – Bank Rubber	4	-1.90	9.46	34.06	+1.0
5x84mm – Hyperformance	5	-1.85	9.55	34.38	+1.9
5x84mm – Bank Rubber	5	-1.80	9.63	34.67	+2.8
4x100m – Xennan	4	-1.63	9.89	35.60	+5.6
4x100m - Belotti	4	-1.47	10.14	36.50	+8.3

De igual forma que como en casos anteriores se puede comprobar que una reducción de la aceleración de rodadura repercute en una mejora de la velocidad máxima. Esta mejora llega en el caso de la plancha Belotti a un 8.3 %, con una ganancia de unos 3km/h. Mientras que las planchas 5x84 permiten una mejora de hasta 1km/h en la velocidad máxima.

El hecho de calcular la velocidad máxima a partir del cálculo de la velocidad máxima de la configuración 5x80 hace que los valores de velocidad máxima sean relativos entre ellos. Si a priori la fuerza de rozamiento por rodadura cumple dicha proporcionalidad, podemos decir que las velocidades máximas deberían tener un comportamiento similar al encontrado aquí. Esto evidentemente, es una suposición no confirmada, pero a diferencia de los valores absolutos de desaceleración que no son aceptables, las velocidades máximas como mínimo no son absurdas.

## 8 Conclusiones

En este apartado me gustaría comentar los resultados obtenidos, ya que durante todo el estudio me he centrado en el modelo y la forma de obtener los resultados. Esto hace que entre un mar de ecuaciones y diagramas perdamos la idea de los resultados obtenidos.

En primer lugar he de matizar que el modelo utilizado es un modelo muy sencillo e intuitivo que permite modelizar el comportamiento de las ruedas de una forma que pueda aplicarse a todo el conjunto patín – patinador de forma comprensible. Como consecuencia de esto, hemos podido estudiar todos los aspectos que afectarían durante el movimiento del patinaje; deslizamiento en pista o ruta, aceleración, velocidad máxima o estabilidad.

Por desgracia los valores son pésimos en tanto que considera que toda la deformación de la rueda se aplica para frenar al patín, y esto por suerte no sucede así. Las ruedas en general utilizan un uretano con propiedades elásticas (rebound) buenas de forma que la mínima parte de energía sea perdida en forma de calor. Si una rueda experimenta unas pérdidas por rotación del 10%, esto significa una  $d$  de un 10% y una desaceleración 10 veces inferior. De todos modos, sigo intentando encontrar un modelo disipativo mecánico. El problema de considerar la disipación desde un punto de vista energético es que podemos calcular la potencia disipada (como ya hizo P.Baum [2]), pero no la desaceleración provocada y esto no nos sirve.

Aun así se ha llegado a las siguientes conclusiones, de gran interés.

### 8.1 Resistencia de rodadura del patinador

Configuración	Y (N/m <sup>2</sup> )	N	Re (mm)	Ri (mm)	d (mm)	a (m/s <sup>2</sup> )	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	$3.90 \times 10^7$	10	40	22	6.36	-1.56	0.0
4x84mm – Hyperformance	$3.90 \times 10^7$	8	42	22	7.04	-1.64	-5.3
4x84mm – Bank Rubber	$3.90 \times 10^7$	8	42	24	6.85	-1.60	-2.6
5x84mm – Hyperformance	$3.90 \times 10^7$	10	42	22	6.66	-1.55	+0.4
5x84mm – Bank Rubber	$3.90 \times 10^7$	10	42	24	6.48	-1.51	+3.0
4x100m – Xennan	$3.90 \times 10^7$	8	50	35	6.99	-1.37	+12.1
4x100m - Belotti	$3.90 \times 10^7$	8	50	40	6.32	-1.24	+20.6

Se ha demostrado que:

- Se obtienen mejoras en la rodadura cuanto mayor es el diámetro, siempre que se diseñen las ruedas de forma eficiente al diámetro final.
- Las ruedas que presentan un menor grosor de uretano son las que proporcionarán mejores resultados. En 84mm la Bank Rubber es superior a la Hyperformance, y en 100mm la Belotti a la Xennan.
- Las configuraciones 4x presentan mayor resistencia de rodadura al concentrar mayor peso sobre cada rueda.

Es de remarcar el comportamiento de las ruedas Belotti, con una mejora impresionante, debido a un grosor de uretano muy bajo y a su diámetro.

## 8.2 Resistencia de rodadura con colisiones

Configuración	N	$a_r$ ( $m/s^2$ )	$a_c$ ( $m/s^2$ )	$\langle a \rangle$ (mm)	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	10	-1.56	-1.88	-1.92	0.0%
4x84mm – Hyperformance	8	-1.64	-2.01	-1.98	-3.2%
4x84mm – Bank Rubber	8	-1.60	-1.98	-1.94	-1.2%
5x84mm – Hyperformance	10	-1.55	-1.86	-1.90	+0.9%
5x84mm – Bank Rubber	10	-1.51	-1.83	-1.87	+2.8%
4x100m – Xennan	8	-1.37	-1.73	-1.70	+11.5%
4x100m - Belotti	8	-1.24	-1.62	-1.58	+17.6%

Se ha observado que:

- El comportamiento no se diferencia demasiado del de la resistencia de rodadura, ya que utiliza el mismo modelo.
- En este caso pero el modelo puede ser más acertado en cuando la distancia de contacto con el obstáculo es donde se ejerce la fuerza de frenado (algo que sobre superficie lisa no ocurre).
- Se ha observado que las configuraciones 5x son peores en tanto tienen más colisiones. Se ha de recordar que se ha supuesto un deslizamiento de los dos patines con trayectoria rectilínea de forma que al colisionar la rueda frontal sobre un obstáculo también lo harán todas las demás del mismo pie (Esto durante el empuje no es cierto).
- De todos modos el efecto de la deformación de la rueda debido al peso, aun es más acusado en las configuraciones 4x que en las 5x.

## 8.3 Aceleración

Configuración	N	d (mm)	a ( $m/s^2$ )	P (Watt)	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	5	8.00	-1.96	1276	0.0
4x84mm – Hyperformance	4	8.37	-1.95	1271	+0.4
4x84mm – Bank Rubber	4	8.15	-1.90	1238	+3.0
5x84mm – Hyperformance	5	7.91	-1.85	1202	+5.8
5x84mm – Bank Rubber	5	7.71	-1.80	1170	+8.3
4x100m – Xennan	4	8.32	-1.63	1060	+16.9
4x100m - Belotti	4	7.51	-1.47	958	+24.9

Se observado:

- Para los pesos actuales de las ruedas de patín no afectan a la forma de aplicar la fuerza en la aceleración. Esto es desde el punto de vista de la geometría de las ruedas, otro tema es el tamaño y altura de la plancha que creo que si afectarán.
- El cálculo de la aceleración los ha permitido calcular la potencia disipada, obteniendo valores inadmisibles.
- Desde un punto de vista relativo los resultados han sido similares a los de la resistencia de rodadura, aunque en este caso se observan mejoras ya con las configuraciones 4x84. Este resultado difiere de los anteriores porque en la aceleración se ha considerado la resistencia de rodadura de solo un pie (4 o 5 ruedas solo) y en este caso no existe tanta diferencia entre el peso cargado sobre 4 o 5 ruedas, respecto al peso cargado entre 8 y 10 ruedas.

## 8.4 Velocidad Máxima

Este ha sido uno de los estudios más interesantes ya que permiten cuantificar cuanto más rápido podemos llegar a ir para nuestra estado de forma en función de la configuración.

El problema en este caso ha sido como obtener los resultados cuando no se disponen de los medios adecuados ya que necesitamos conocer el efecto de la resistencia del aire sobre el patinador. Pese a todos los inconvenientes y aproximaciones se ha obtenido la siguiente tabla:

Configuración	N	a (m/s <sup>2</sup> )	Vmax (m/s)	Vmax (km/h)	Mejora (%)
5x80mm – Hyperformance	5	-1.96	9.37	33,73	0.0
4x84mm – Hyperformance	4	-1.95	9.38	33.77	+0.2
4x84mm – Bank Rubber	4	-1.90	9.46	34.06	+1.0
5x84mm – Hyperformance	5	-1.85	9.55	34.38	+1.9
5x84mm – Bank Rubber	5	-1.80	9.63	34.67	+2.8
4x100m – Xennan	4	-1.63	9.89	35.60	+5.6
4x100m - Belotti	4	-1.47	10.14	36.50	+8.3

Los valores se basan en resultados propios, de modo que la velocidad máxima de la configuración de referencia es muy bajo para un patinador de nivel. Para patinadores más rápidos el aumento será menor debido a que según aumenta la velocidad el efecto del aire perjudica cada vez más (se producen más turbulencias, que hacen perder más energía).

De todos modos es interesante como se puede prever un aumento de hasta 3km/h con una plancha de 4x100m de Belotti. y como las mejoras hasta en las configuraciones 4x (debido al impulso sobre un pie).

En este caso sería interesante conocer la velocidad máxima sobre cinta rodante o la resistencia en un tunel de viento, ya que nos permitirían obtener unos valores más reales.

En cuanto a los valores obtenidos, dado que se ha hecho un calibrado con el valor de referencia de la configuración 5x80mm no resulta descabellados.

## 8.5 Conclusiones Finales

Para finalizar indicar, que durante todo el estudio ha quedado constatado en todo momento que aumentar diámetro en general es sinónimo de mejorar. Pero esto no significa que el diseño sea competitivo. Para que un diseño sea competitivo la rueda ha de ser tan grande como sea posible, pero tan ligera, rígida y con un grosor de uretano tan pequeño como sea posible.

Esto significa que se ha de diseñar la rueda a conciencia, pero que después debemos diseñar la plancha y la bota para que aprovechar las mejoras de rendimiento de las mismas.

Si las configuraciones 5x son en general mejores porque reducen el peso sobre cada rueda, no tienen porque serlo si la plancha que las debe soportar es demasiado larga. En este sentido debería buscarse la plancha ideal para un corredor, y ver cual es la mayor rueda que soporta esta configuración.

Otro aspecto es la altura, actualmente los diseños de botas se están empezando adaptar a las planchas 4x100 con separación de 7.5 pulgadas, ya que de esta forma la plancha final tiene una altura similar a una plancha 5x84mm. Esto implica mayor estabilidad.

Así pues se trata de aumentar diámetro, pero hacerlo con inteligencia y teniendo en cuenta todos los factores aquí detallados. Además deberá revisarse (como ya se esta haciendo) todas las soluciones a nivel de plancha y bota y buscar la más óptima para los nuevos diámetros. En todo caso dependerá de cómo los fabricantes consigan integrar unas piezas con las otras.

## 9 Referencia a otros documentos

N:	1
Título:	Precis de physiologie de l'exercice musculaire.
Autor:	Astrand, P-o., y Rodahl, K.
Editorial	Ed. Masson. 1973.
ISBN	--
N:	2
Título:	Perdida de potencia en ruedas de patines en línea y resistencia de rodadura.
Autor:	Peter Baum
Dirección	<a href="http://perso.wanadoo.es/lsintes/servdoc">http://perso.wanadoo.es/lsintes/servdoc</a>
Sinopsis:	Este artículo desarrolla el formalismo para el cálculo de la pérdida de potencia debido a la resistencia de rodadura en ruedas de patín en línea. Dicho formalismo nos permitirá observar la influencia de las propiedades características de una rueda; como el diámetro, la dureza, etc, sobre rendimiento de la rueda (menor pérdidas por rodadura).
N:	3
Título:	El movimiento de rodar. Deformaciones de la rueda y del plano horizontal.
Autor:	Ángel Franco, Escuela Universitaria de Ingeniería Técnica Industrial de Eibar
Dirección	<a href="http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm">http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm</a>
Fecha	12-10-2002
Sinopsis:	Link con acceso a muchos ejemplos y problemas de física a un nivel muy asequible.
N:	4
Título:	FISICA, Fundamentos y Aplicaciones (dos tomos)
Autor:	Robert M.Eisberg, Lawrence S.Lerner
Editorial	McGraw-Hill
ISBN	84-85240-61-X
Sinopsis:	Libro básico de física para el primer ciclo de la licenciatura de físicas.